Repaso

Recordatorio (potencias de base 10):

- La potencia de base 10 y exponente positivo es el número decimal 1 seguido de tantos ceros como indica el exponente:

$$10^1 = 10$$
$$10^2 = 100$$
$$10^3 = 1000$$
$$10^4 = 10000$$

- La potencia de base 10 y exponente negativo es el número decimal formado por tantos ceros como indica el exponente, terminado en 1 y con una coma decimal detrás del primer cero:

$$10^{-1} = 0.1$$
$$10^{-2} = 0.01$$
$$10^{-3} = 0.001$$
$$10^{-4} = 0.0001$$

- La potencia 10 elevado a 0, es decir, 10^0, es igual a 1:

$$10^0 = 1$$

https://www.matesfacil.com/ESO/numeros/notacion_cientifica/teoria-ejemplos-numeros-decimales-exponente-positivo-negativo-base-10-test.html

DATO CURIOSO

BAMBÚ JAPONES

7 años creciendo las raíces y en 6 semanas llegan a crecer mas 30 metros

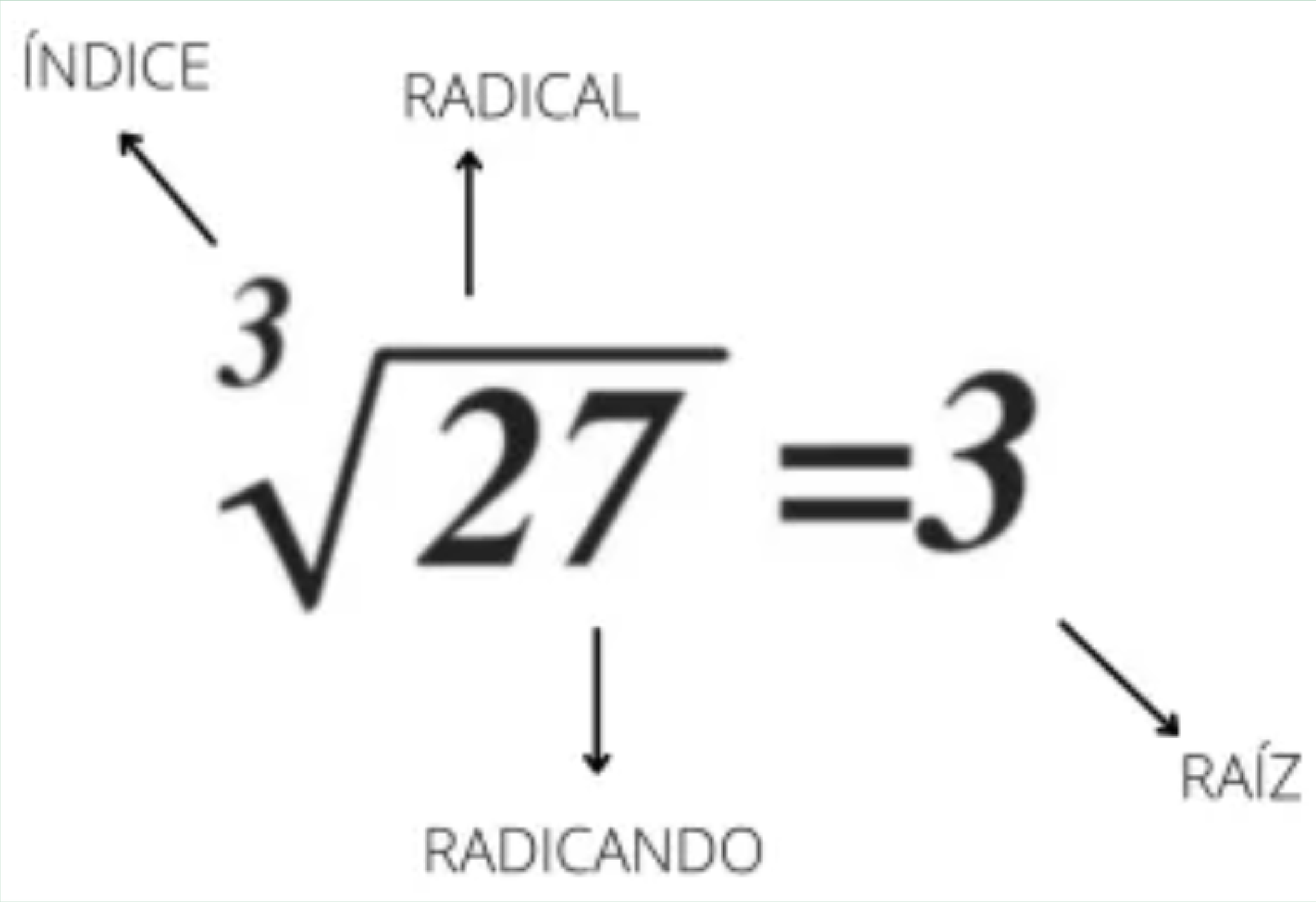
¿Raíces?

$$\sqrt{3}$$

DEFINICIÓN

Valor que debe ser multiplicado por sí mismo (ya sea en una o más veces) para llegar a una cifra determinada.

PARTES DE LA RAÍZ



EJEMPLOS

$\sqrt{4} = 2$	(porque $2^2 = 2 \times 2 = 4$)
$\sqrt{9} = 3$	(porque $3^2 = 3 \times 3 = 9$)
$\sqrt{25} = 5$	(porque $5^2 = 5 \times 5 = 25$)

$\sqrt[3]{125} = 5$ 5*5*5 = 125

$\sqrt[3]{1.000} = 10$ 10*10*10 = 1000

$\sqrt[4]{16} = 2$ 2*2*2*2 = 2

En general, si $n \in \mathbb{Z}^+$, entonces la **raíz n-ésima** de un número real a se define como:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \text{significa que} \quad b^n = a$$

EN OTRAS PALABRAS

LA RAÍZ ES EL INVERSO DE LA POTENCIA

$$\sqrt{81} = 9 \Rightarrow 9^2 = 81$$

$$\sqrt[3]{-64} = -4 \Rightarrow (-4)^3 = -64$$

$$\sqrt[3]{125} = 5 \Rightarrow 5^3 = 125$$

$$\sqrt[3]{-216} = -6 \Rightarrow (-6)^3 = -216$$

$$\sqrt[2]{4} = 2 \qquad \boxed{\sqrt[2]{4} = -2}$$

$$\sqrt[2]{-4} = NO\ EXISTE$$

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

$$\sqrt[3]{-125} = -5$$

$$\sqrt[6]{-42} = NO\ EXISTE$$

$$\sqrt[5]{-32} = -2$$

NO EXISTE, POR NO HAY DOS NUMEROS IGUALES QUE MULTIPLICADOS ENTRE SI DEN UN VALOR NEGATIVO

SOLO PARA RAÍCES IMPARES COMO 3, 5, ETC. EL RADICANDO PUEDE SER NEGATIVO Y SU RESPUESTA IGUAL SERA NEGATIVA

$$-5 * -5 * -5 = -125$$

POTENCIAS CON EXPONENTE FRACCIONARIO

Toda **potencia con exponente fraccionario** puede escribirse como un radical.

Si $m, n \in \mathbb{Z}$, $n \neq 0$ y $a \in \mathbb{R}$, se cumple que:

$$(a)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$(-3)^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{(-3)^5}$$

$$(13,4)^{\frac{-7}{2}} = \sqrt{13,4^{-7}}$$

Ejercicios

$\sqrt[3]{-2} = -2^{\frac{1}{3}}$

$9^{\frac{7}{5}} = \sqrt[5]{9^7}$

$\sqrt[2]{5^3} = \sqrt{5^3} = 5^{\frac{3}{2}}$

$3^{\frac{-2}{3}} = \sqrt[3]{3^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3^2}}$

$\sqrt[7]{4} = 4^{\frac{1}{7}}$

$11^{\frac{4}{12}} = 11^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{11}$

$-8^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{-8^3}$ = NO EXISTE

Escribe los radicales en forma de potencia con exponente fraccionario o viceversa, en la Tabla 3.

Radical	Potencia
$\frac{1}{\sqrt{5}}$	
$\sqrt[3]{7^2}$	
	$4^{\frac{2}{3}}$
	$11^{\frac{3}{2}}$
$\sqrt[5]{5^3}$	
	$a^{\frac{2}{5}}$

Tabla 3

Simplifica cada expresión.

a. $\sqrt[3]{-8} + (-1)^{\frac{2}{3}}$

b. $\dfrac{-4^{\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{-27}}{\sqrt{121}}$

c. $\dfrac{\sqrt{100} - \sqrt{4}}{\sqrt[18]{0}}$

d. $-64^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{100}$

e. $\dfrac{(64)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[55]{-1}}$

f. $\sqrt[7]{-1} - 5^{\frac{1}{3}}$

Determina qué número es más grande en cada par de expresiones. Evita usar calculadora.

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ o $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$

b. $2^{\frac{1}{2}}$ o $2^{\frac{1}{3}}$

RADICALES EQUIVALENTES

Dos o más **radicales** son **equivalentes** si sus potencias correspondientes tienen la misma base y el mismo exponente.

Ejemplo 7

Los radicales $\sqrt[3]{35^4}$ y $\sqrt[12]{35^{16}}$ son equivalentes porque al escribirlos en forma de potencia sus bases y exponentes son iguales. Observa:

$$\sqrt[3]{35^4} = 35^{\frac{4}{3}}$$

$$\sqrt[12]{35^{16}} = 35^{\frac{16}{12}} = 35^{\frac{4}{3}}$$

RADICALES EQUIVALENTES

Ejemplo 8

Para encontrar radicales equivalentes a $\sqrt[4]{5}$ se amplifican o simplifican el índice y el exponente del radicando por un mismo número mayor que 1. Así:

- Si se amplifica por 6, se obtiene el radical equivalente $\sqrt[24]{5^6}$.
- Si se simplifica por 2, se obtiene el radical equivalente $\sqrt{5^{\frac{1}{2}}}$.

3 Halla dos radicales equivalentes a cada radical.

a. $\sqrt[4]{5x}$

b. $\sqrt[8]{(7d)^{22}}$

c. $(27h)^{\frac{6}{7}}$

d. $56^{\frac{1}{3}}$

e. $\sqrt[16]{\left(\frac{g}{2}\right)^4}$

f. $\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{3}{9}}$

REDUCCIÓN DE RADICALES A ÍNDICE COMÚN

Para reducir a índice común los radicales $\sqrt{2m}$, $\sqrt[3]{2^2 \cdot (3t)^2}$, $\sqrt[4]{2f^2 \cdot 3^3}$ se llevan a cabo los siguientes pasos:

- Se halla el mínimo común múltiplo entre los índices: m.c.m. $(2, 3, 4) = 12$. Este será el índice común para todos los radicales.
- Se divide el m.c.m. por cada uno de los índices de los radicales y cada resultado se multiplica por los exponentes correspondientes en los radicandos, así:

$$\sqrt[12]{(2m)^6} \qquad \sqrt[12]{2^8 \cdot 3^8 \cdot t^8} \qquad \sqrt[12]{2^3 \cdot f^6 \cdot 3^9}$$

REDUCCIÓN DE RADICALES A ÍNDICE COMÚN

4 Reduce a índice común los siguientes radicales:

a. $\sqrt[6]{15a^3x^2}$, $\sqrt{2a}$, $\sqrt[3]{3a^2b}$

b. $\sqrt[4]{5}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[6]{7}$

c. $\sqrt[6]{7a^3b}$, $\sqrt{5x}$, $\sqrt[3]{4x^2y}$

d. $\sqrt[4]{8a^2x^3}$, $\sqrt[6]{3a^5b^4}$

e. $\sqrt[5]{3a^2x}$, $\sqrt[3]{2ab}$, $\sqrt[15]{5a^3x^2}$

f. $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[9]{9}$, $\sqrt[6]{3}$

8 Cerca de la superficie terrestre, el tiempo t que tarda un objeto en caer una distancia d, está dado por la expresión $t = \frac{1}{4}d^{\frac{1}{2}}$, donde t se mide en segundos y d se mide en pies. Halla el tiempo que tardará un objeto en caer 100 pies.

9 La relación entre el radio r de una esfera y su área total A es $r = \left(\frac{A}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$. ¿Cuál es el radio de una esfera que tiene un área total de 64π unidades cuadradas?

OPERACIONES CON RADICALES

	Propiedad	Ejemplos
1	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{-27 \cdot 8} = \sqrt[3]{-27} \cdot \sqrt[3]{8} = (-3)\,(2) = -6$
2	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$; $b \neq 0$	$\sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16}} = \frac{3}{2}$
3	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$	$\sqrt{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[6]{729} = 3$
4	$\sqrt[n]{a^n} = a$ si n es impar	$\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$ y $\sqrt[5]{2^5} = 2$
5	$\sqrt[n]{a^n} = \lvert a \rvert$ si n es par	$\sqrt[4]{(-3)^4} = \lvert -3 \rvert = 3$

Recuerden estas propiedades y estamos al otro lado.

Realiza las siguientes operaciones entre radicales.

a. $\sqrt[10]{16^{10}} \cdot \sqrt[4]{8^{12}} \cdot \sqrt[5]{16^{10}}$

b. $\sqrt[3]{\sqrt{16x^6}}$

c. $\dfrac{\sqrt[9]{27}}{\sqrt[6]{3}}$

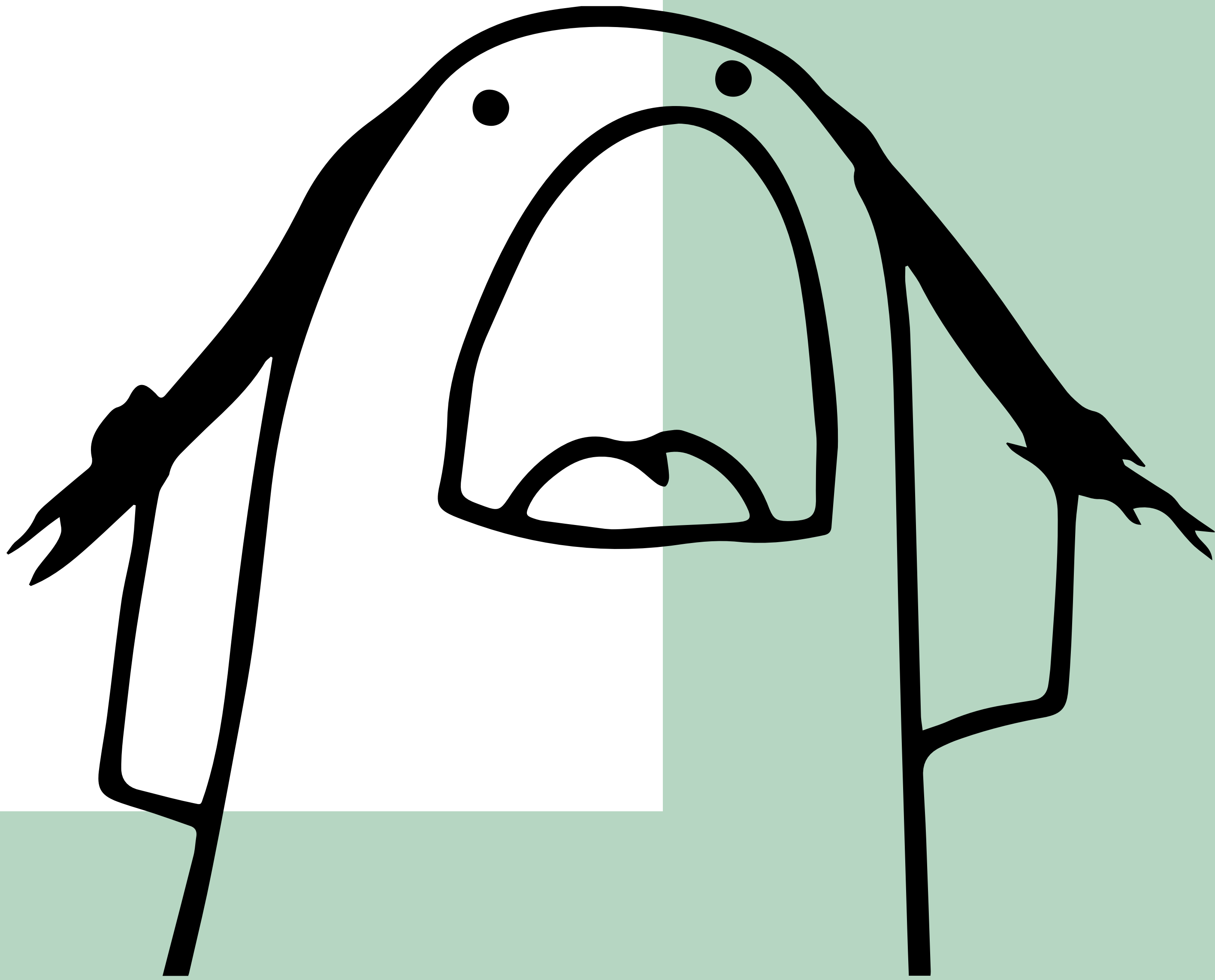
d. $\dfrac{\sqrt[4]{\sqrt[5]{f^6}}}{\sqrt[10]{f}}$

e. $\sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[3]{a^4b}$

f. $\sqrt[6]{x^7} \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[7]{\left(x^3\right)^3} \cdot \sqrt[4]{\left(x^3\right)^4}$

g. $\dfrac{-\sqrt[3]{t^5h^7}}{\sqrt[6]{th^2}}$

h. $\dfrac{\sqrt[3]{256}}{\sqrt[8]{16}}$



Simplifica cada expresión utilizando las propiedades de los radicales y eliminando los exponentes negativos.

a. $\dfrac{\sqrt[5]{g^{15}b^{50}}\cdot\sqrt[4]{(-81)^{4}\,b^{-20}}}{\sqrt[20]{g^{3}}}$

b. $\sqrt[3]{\dfrac{216x^{-8}y^{-12}}{x^{16}}}$

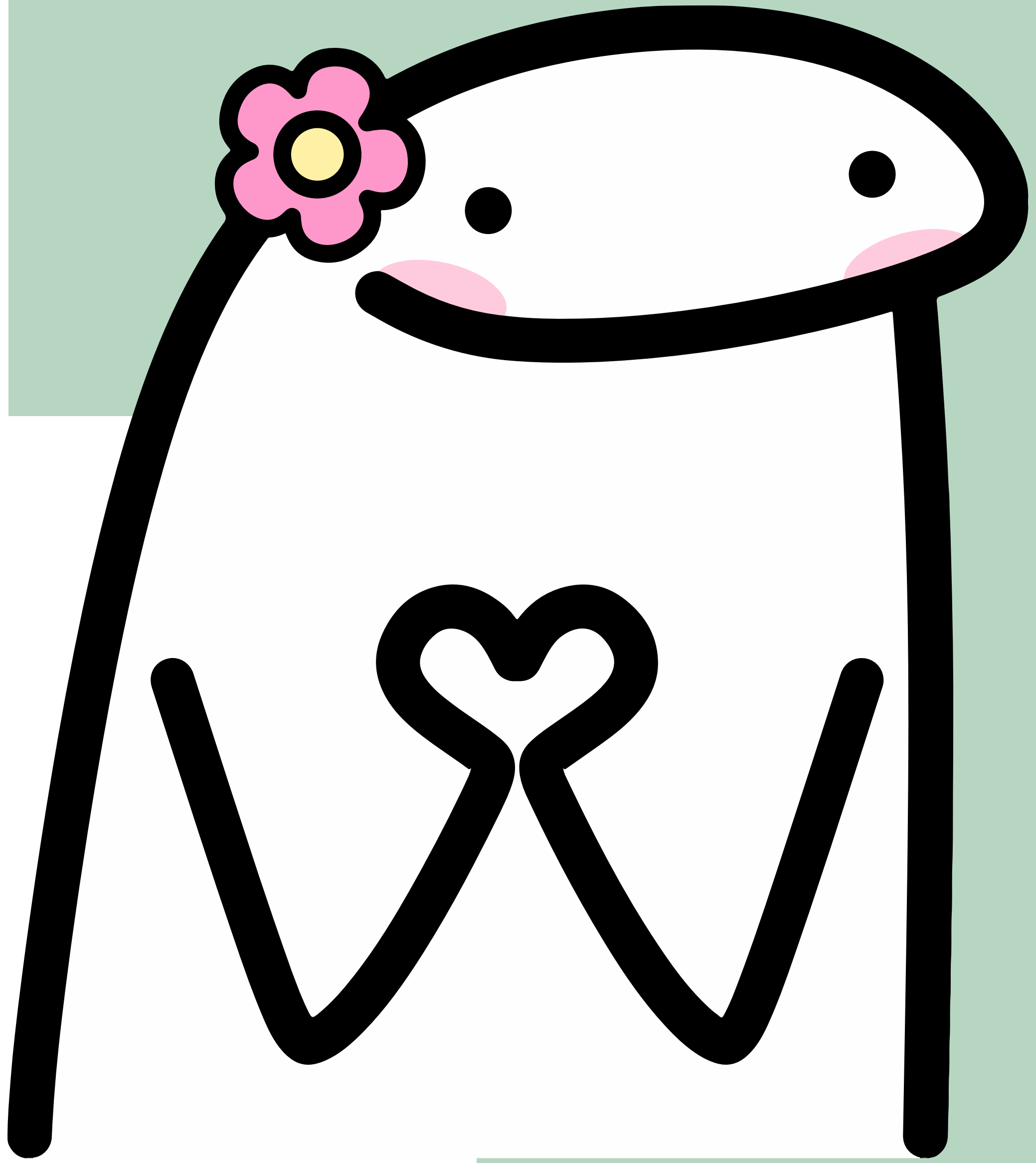
c. $\sqrt{196\sqrt[3]{a^{18}b^{12}}}$

d. $\sqrt[4]{\sqrt{x^{16}c^{24}m^{-16}}}$

e. $\sqrt[5]{\dfrac{128h^{15}f^{-10}}{4f^{20}}}$

f. $\sqrt{\dfrac{1}{64}m^{-10}b^{14}}\cdot\sqrt[3]{-64m^{9}b^{-6}}$

g. $\sqrt[5]{\dfrac{3125k^{25}s^{60}}{k^{5}}}\cdot\sqrt[5]{\dfrac{-243s^{10}}{k^{-5}}}$



Explica si cada igualdad es falsa o verdadera.

a. $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

b. $(4+3)\sqrt{2} = 4 + 3\sqrt{2}$

c. $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

d. $(4+3)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

8 Antes de determinar la dosis de una droga para un paciente, los doctores a veces calculan su área de superficie corporal (BSA). La fórmula para hallarla es $\sqrt{\dfrac{w \cdot h}{3600}}$, donde *w* es el peso en kg y *h* es la altura en cm. Si un paciente pesa 80 kg y tiene un BSA de $\sqrt{\dfrac{35}{9}}$ m². ¿Cuál es su altura en metros?

RADICALES SEMEJANTES

$$5\sqrt[7]{4} \rightarrow \ -2\sqrt[7]{4} \rightarrow 7\sqrt[7]{4}$$

Para reducir a radicales semejantes las expresiones $\sqrt[3]{875}$ y $\sqrt[3]{448}$, se realiza el siguiente procedimiento:

1. Los radicandos se expresan en sus factores primos:

$$\sqrt[3]{875} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 7} \qquad \text{y} \qquad \sqrt[3]{448} = \sqrt[3]{2^6 \cdot 7}$$

2. Se simplifican las expresiones aplicando las propiedades 1 y 4 de los radicales.

$$\sqrt[3]{5^3 \cdot 7} = \sqrt[3]{5^3} \cdot \sqrt[3]{7} = 5\sqrt[3]{7} \qquad \text{y} \qquad \sqrt[3]{2^6 \cdot 7} = \sqrt[3]{2^6} \cdot \sqrt[3]{7} = 4\sqrt[3]{7}$$

Las expresiones simplificadas $5\sqrt[3]{7}$ y $4\sqrt[3]{7}$ son radicales semejantes porque tienen el mismo índice y el mismo radicando.

Dos o más **radicales** son **semejantes** si al simplificarlos tienen el mismo índice y el mismo radicando.