

Clasificación de Funciones

Sección I: Inyectiva, Sobreyectiva y Biyectiva



- **Inyectiva:** Cada elemento del Rango está asociado a un máximo de un elemento del Dominio (no hay valores de 'y' repetidos).
- **Sobreyectiva:** Todos los elementos del Rango están asociados a al menos un elemento del Dominio.
- **Biyectiva:** Es inyectiva y sobreyectiva al mismo tiempo.

1. Analiza cada caso y determina si la función descrita es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva. Justifica tu respuesta.

a) $f(x) = x^2$ (definida de los números Reales a los Reales)

b) $g(x) = 2x + 1$ (definida de los números Reales a los Reales)

Sección II: Funciones Algebraicas y Trascendentes

Las funciones pueden clasificarse por su forma:

- **Algebraicas:** Formadas por operaciones algebraicas (sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, potencias y raíces). Ej: polinómicas, racionales, irracionales.
- **Trascendentes:** No son algebraicas. Incluyen funciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

2. Clasifica las siguientes funciones como Algebraicas o Trascendentes:

Función	Clasificación
$f(x) = 3^x$	
$g(x) = (2x + 1) / (x - 3)$	
$h(x) = \cos(x) + 1$	
$k(x) = x^3 - 4x^2 + 5$	

Sección III: Funciones Pares e Impares

Una función $f(x)$ se puede clasificar según su simetría:

- **Función Par:** Si $f(-x) = f(x)$. Es simétrica respecto al eje y.
- **Función Impar:** Si $f(-x) = -f(x)$. Es simétrica respecto al origen.

3. Determina algebraicamente si las siguientes funciones son pares, impares o ninguna de las dos. Reemplaza "x" por "-x" y simplifica.

a) $f(x) = x^4 - 2x^2$

b) $g(x) = x^3 - x$

Sección IV: Funciones Crecientes y Decrecientes



Una función se puede clasificar según su comportamiento al avanzar en el eje x :

- **Creciente:** Si al aumentar el valor de x , el valor de $f(x)$ también aumenta.
- **Decreciente:** Si al aumentar el valor de x , el valor de $f(x)$ disminuye.
- **Constante:** Si $f(x)$ se mantiene igual sin importar el valor de x .

4. Analiza la función cuadrática $f(x) = x^2$ y responde:

a) ¿En qué intervalo la función es decreciente (va hacia abajo)?

b) ¿En qué intervalo la función es creciente (va hacia arriba)?

Sección V: Funciones a Trozos

Las **funciones definidas a trozos** (o por partes) son aquellas que tienen distintas expresiones algebraicas dependiendo del intervalo del dominio en el que se encuentre la variable x .

5. Dada la siguiente función a trozos, calcula el valor de $f(x)$ para los puntos indicados:

$f(x) =$

- **$2x + 1$** si $x < 0$
- **5** si $x = 0$
- **x^2** si $x > 0$

a) $f(-3)$

b) $f(0)$

c) $f(4)$

Sección VI: Funciones Lineales y Afines

La función lineal pasa por el origen $f(x) = mx$. La función afín no pasa por el origen $f(x) = mx + b$.

6. Clasifica si $f(x) = 3x$ y $g(x) = 2x - 5$ son lineales o afines.

Sección VII: Funciones Cuadráticas

Una función cuadrática tiene la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$. Su gráfica es una parábola.

7. Dada $f(x) = x^2 - 4x + 3$, determina hacia dónde se abre la parábola (arriba o abajo).

Sección VIII: Funciones Constantes

Una función constante $f(x) = k$ siempre devuelve el mismo valor 'k' sin importar el valor de 'x'. Su gráfica es una línea horizontal.

8. Si $f(x) = -4$, ¿cuál es el valor de $f(10)$ y $f(-100)$?

Sección IX: Función Valor Absoluto

La función valor absoluto $f(x) = |x|$ convierte cualquier número real en su equivalente positivo (o cero).

9. Evalúa $f(-7)$ y $f(5)$ en la función $f(x) = |x - 2|$.

Sección X: Funciones Racionales

Las funciones racionales $f(x) = P(x)/Q(x)$ tienen una restricción: el denominador no puede ser cero.

10. Encuentra el valor que NO pertenece al dominio de $f(x) = 5 / (x - 3)$.

Sección XI: Funciones Irracionales

Las funciones irracionales (con raíces cuadradas) exigen que lo que está dentro de la raíz sea mayor o igual a cero (para evitar números imaginarios).

11. Determina la restricción del dominio para $f(x) = \sqrt{x - 4}$.

Sección XII: Funciones Exponenciales

En una función exponencial $f(x) = a^x$, la variable independiente 'x' se encuentra en el exponente.

12. Evalúa $f(x) = 2^x$ para $x = 3$ y $x = 0$.

Sección XIII: Funciones Logarítmicas

La función logarítmica es la inversa de la función exponencial. Solo está definida para números mayores a cero.

13. Evalúa $f(x) = \log_2(x)$ para $x = 8$. (Piensa: ¿A qué exponente elevo 2 para obtener 8?).

Sección XIV: Composición de Funciones

La composición de funciones consiste en evaluar una función dentro de otra: $(f \circ g)(x) = f(g(x))$.

14. Si $f(x) = x + 3$ y $g(x) = 2x$, calcula $f(g(x))$.

Sección XV: Función Inversa

La función inversa $f^{-1}(x)$ deshace lo que hace la función original $f(x)$. Se halla despejando 'x' e intercambiando variables.

15. Encuentra la función inversa de $f(x) = 3x - 6$.



Answer Key

Sección I: Inyectiva, Sobreyectiva y Biyectiva

Answer:

No es inyectiva porque $f(2) = 4$ y $f(-2) = 4$ (dos valores de x tienen la misma y). No es sobreyectiva porque no da resultados negativos. Por lo tanto, no es biyectiva.

Answer:

Es inyectiva (cada x tiene una y única) y sobreyectiva (cubre todos los números reales). Por lo tanto, es biyectiva.

Sección II: Funciones Algebraicas y Trascendentes

1. Trascendente (Exponencial), 2. Algebraica (Racional), 3. Trascendente (Trigonométrica), 4. Algebraica (Polinómica)

Sección III: Funciones Pares e Impares

Answer:

$f(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 = x^4 - 2x^2 = f(x)$. Por lo tanto, es una función PAR.

Answer:

$g(-x) = (-x)^3 - (-x) = -x^3 + x = -(x^3 - x) = -g(x)$. Por lo tanto, es una función IMPAR.

Sección IV: Funciones Crecientes y Decrecientes

Answer:

La función es decreciente en el intervalo desde el infinito negativo hasta cero: $(-\infty, 0)$.

Answer:

La función es creciente en el intervalo desde cero hasta el infinito positivo: $(0, \infty)$.

Sección V: Funciones a Trozos

Answer:

Como $-3 < 0$, usamos $2x + 1$: $f(-3) = 2(-3) + 1 = -6 + 1 = -5$

Answer:

Como $x = 0$, $f(0) = 5$

Answer:

Como $4 > 0$, usamos x^2 : $f(4) = 4^2 = 16$

Sección VI: Funciones Lineales y Afines

Answer:

$f(x)$ es lineal ($b=0$). $g(x)$ es afín ($b=-5$).

Sección VII: Funciones Cuadráticas

Answer:

Como $a = 1$ (positivo), la parábola se abre hacia arriba.

Sección VIII: Funciones Constantes

Answer:

Ambos valores son -4 . $f(10) = -4$ y $f(-100) = -4$.

Sección IX: Función Valor Absoluto

Answer:

$f(-7) = |-7 - 2| = |-9| = 9$. $f(5) = |5 - 2| = |3| = 3$.

Sección X: Funciones Racionales

Answer:

El denominador no puede ser 0. $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$. El dominio son todos los Reales excepto $x = 3$.

Sección XI: Funciones Irracionales

Answer:

$x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$. El dominio es $[4, \infty)$.

Sección XII: Funciones Exponenciales

Answer:

$f(3) = 2^3 = 8$. $f(0) = 2^0 = 1$.

Sección XIII: Funciones Logarítmicas

Answer:

$\log_2(8) = 3$, porque $2^3 = 8$.

Sección XIV: Composición de Funciones

Answer:

$f(g(x)) = f(2x) = 2x + 3$.

Sección XV: Función Inversa

Answer:

$y = 3x - 6 \Rightarrow y + 6 = 3x \Rightarrow x = (y + 6)/3$. Inversa: $f^{-1}(x) = (x + 6)/3$.

