

# Taller: Probabilidad y Técnicas de Conteo

## 1. El Principio Fundamental del Conteo

El **Principio Fundamental del Conteo** (o principio multiplicativo) nos dice que si un evento puede ocurrir de  $m$  formas distintas y un segundo evento de  $n$  formas distintas, ambos eventos en secuencia pueden ocurrir de  $m \times n$  formas.

1. En un restaurante en Cuenca ofrecen un menú de almuerzo. Puedes elegir entre 3 tipos de sopa (locro, sancocho, crema), 4 platos fuertes (fritada, hornado, guatita, seco de pollo) y 2 bebidas (jugo de tomate de árbol, naranjilla). ¿Cuántas combinaciones diferentes de almuerzo (sopa + plato fuerte + bebida) puedes armar? Muestra tu cálculo.

## 2. Permutaciones (¡El orden importa!)

Las **Permutaciones** son agrupaciones en las que **SÍ importa el orden** de los elementos. Por ejemplo, en una competencia no es lo mismo llegar en primer lugar que en segundo lugar.

El símbolo  $!$  significa *factorial* (multiplicar el número por todos los enteros menores hasta 1. Ej:  $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ ).



### Fórmula de Permutación ( $nPr$ ):

Se usa para elegir  $r$  elementos de un total de  $n$  elementos, donde el orden importa.

$$nPr = n! \div (n - r)!$$

2. En tu curso hay 12 estudiantes postulándose para la directiva. Se deben elegir 3 cargos distintos: Presidente, Vicepresidente y Secretario. ¿De cuántas formas diferentes se puede formar esta directiva?

### 3. Combinaciones (El orden NO importa)

Las **Combinaciones** son agrupaciones en las que **NO importa el orden**. Por ejemplo, elegir 3 amigos para hacer un trabajo en grupo (da igual si te elijo primero o tercero, ¡estás en el grupo!).



#### **Fórmula de Combinación (nCr):**

Se usa para elegir  $r$  elementos de un total de  $n$  sin importar el orden.

$$nCr = n! \div [r! \times (n - r)!]$$

**3.** El profesor de Biología necesita escoger a 4 estudiantes de un grupo de 10 para que representen al colegio en una feria de ciencias en Guayaquil. Como todos tendrán el mismo rol, el orden no importa. ¿De cuántas maneras se puede formar este equipo?

## 4. Probabilidad Básica (Regla de Laplace)

Una vez que sabemos contar, podemos calcular probabilidades. La **Regla de Laplace** nos dice que la probabilidad teórica de un evento A se calcula así:

$$P(A) = (\text{Número de casos favorables}) \div (\text{Número total de casos posibles})$$

4. En una funda hay 15 caramelos: 5 de fresa, 7 de mora y 3 de limón. Si sacas un caramelo al azar sin mirar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de fresa?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de mora?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de mora o de limón?

## 5. Reto Integrador

Lee el siguiente problema e identifica si debes usar combinaciones, permutaciones o el principio multiplicativo antes de resolver.

5. Una placa de automóvil en Ecuador tiene el siguiente formato: 3 letras seguidas de 4 números.

- Para las letras, se usa el alfabeto de 26 letras. (Pueden repetirse)
- Para los números, se usan los dígitos del 0 al 9. (Pueden repetirse)

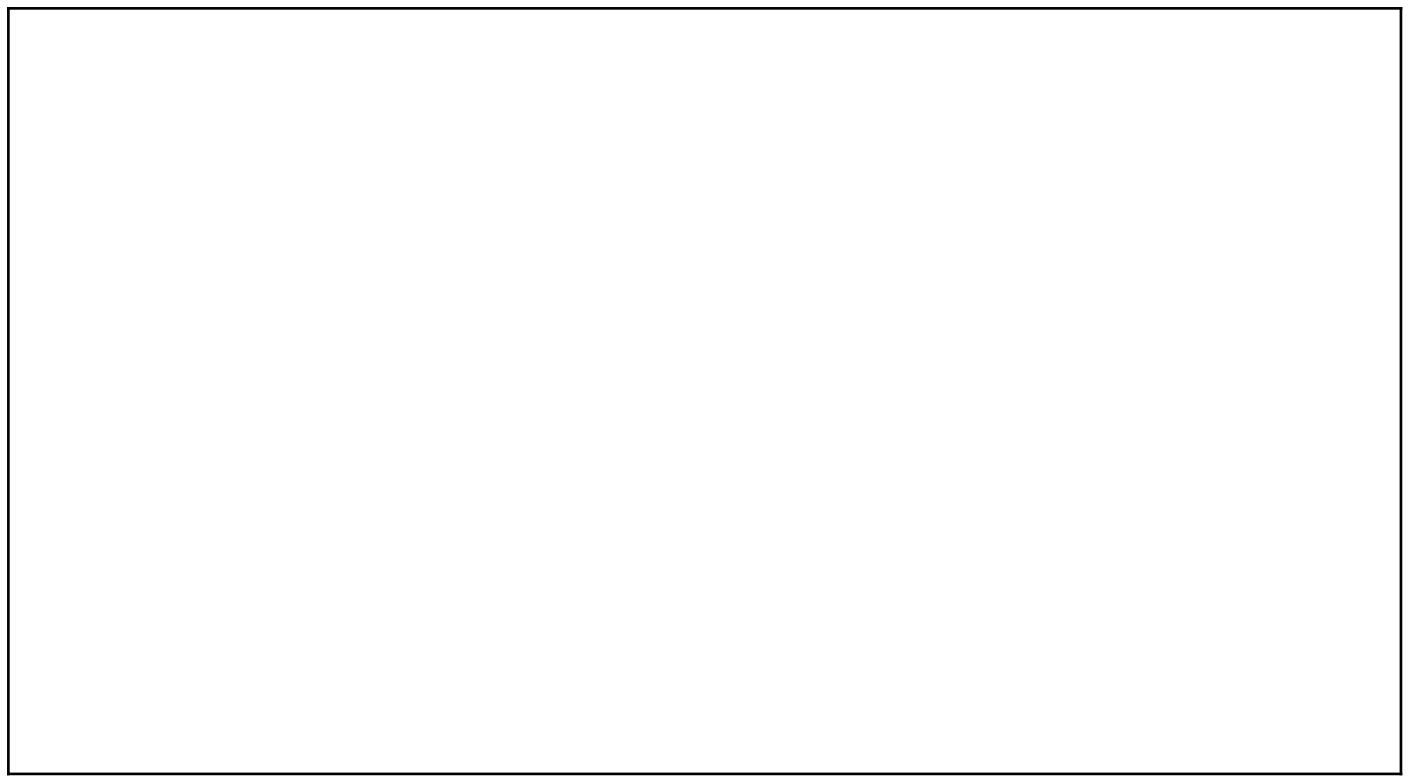
¿Cuántas placas distintas se pueden crear con este formato estándar? (Nota: Usa el principio multiplicativo, asumiendo que cualquier combinación de letras y números es válida).

## 6. Diagramas de Árbol y Espacio Muestral

Un **diagrama de árbol** es una representación gráfica que nos ayuda a visualizar y organizar todos los resultados posibles de un experimento (esto se conoce como **espacio muestral**).

6. Una familia en Loja está planificando tener exactamente 2 hijos.

- Dibuja un diagrama de árbol mostrando las posibles combinaciones de sexo (Niño o Niña) para el primer y segundo hijo.
- Escribe el espacio muestral completo (ejemplo: Niño-Niño, ...).



## 7. Eventos Mutuamente Excluyentes

Dos eventos son **mutuamente excluyentes** si no pueden ocurrir al mismo tiempo. Por ejemplo, al lanzar un dado, no puedes sacar un 2 y un 5 en el mismo lanzamiento.

Para calcular la probabilidad de que ocurra el evento A **o** el evento B, simplemente sumamos sus probabilidades.



### Regla de la Suma:

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B)$$

**7.** En un colegio de Ambato se va a rifar una canasta de dulces tradicionales. Se vendieron 100 boletos numerados del 1 al 100. ¿Cuál es la probabilidad de que el boleto ganador sea un número menor que 10 **o** mayor que 90?

## 8. Eventos Independientes

Dos eventos son **independientes** si el resultado del primero no afecta en absoluto el resultado del segundo. Por ejemplo, lanzar una moneda y luego lanzar un dado.

Para calcular la probabilidad de que ocurran ambos eventos (A **y** B), multiplicamos sus probabilidades individuales.



### Regla del Producto:

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \times P(B)$$

8. En un juego de feria, debes lanzar una moneda normal y luego hacer girar una ruleta que tiene 4 colores (rojo, azul, verde, amarillo) divididos en partes iguales. ¿Cuál es la probabilidad de obtener "Cara" en la moneda **y** que la ruleta caiga en "Rojo"?

## 9. Probabilidad usando Combinaciones

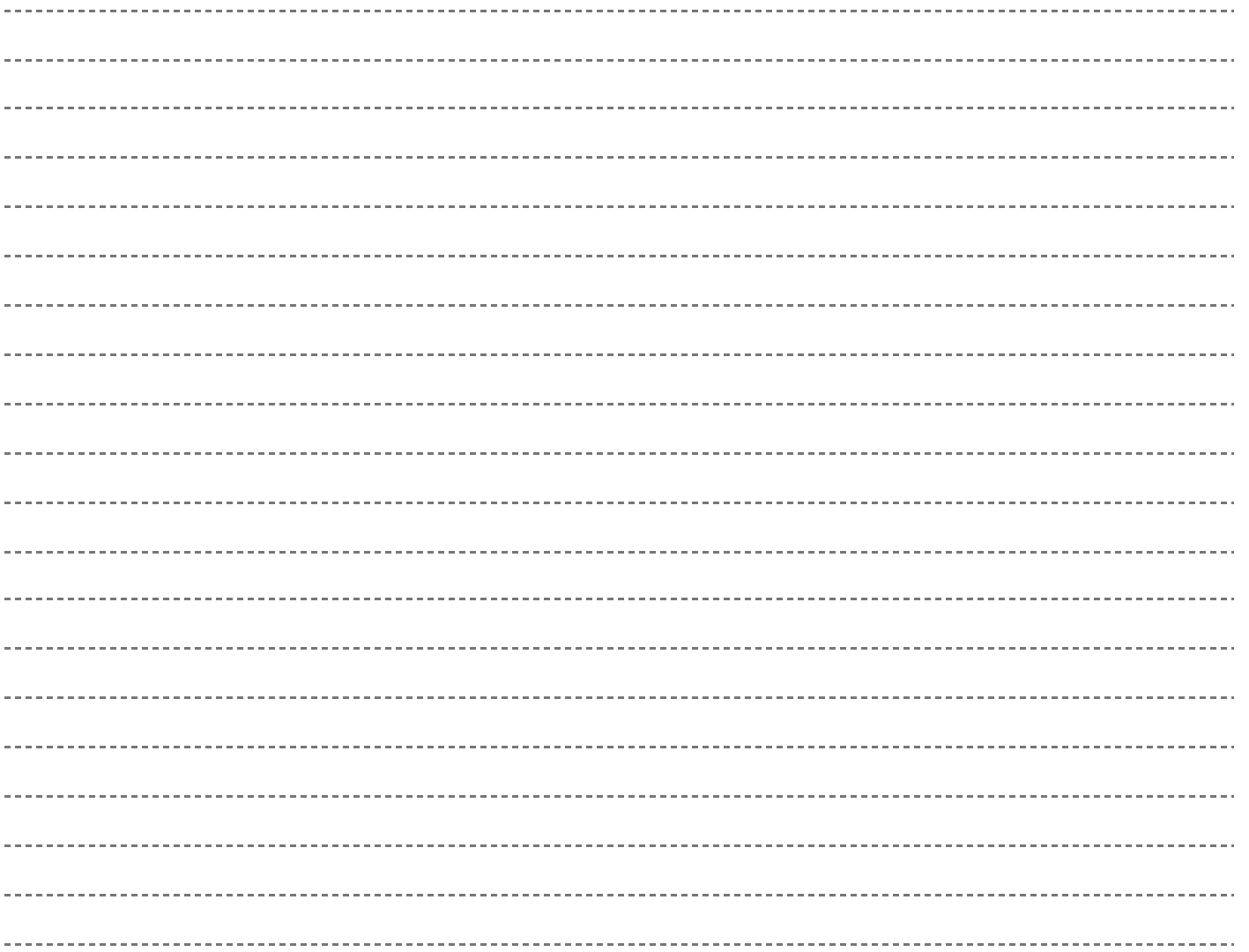
A veces, el número de casos totales es tan grande que es imposible contarlos uno por uno. ¡Aquí es donde la combinatoria y la probabilidad se unen! Usamos las fórmulas de conteo para hallar los "casos favorables" y los "casos totales" de la Regla de Laplace.

**9.** Un profesor tiene un banco de 5 preguntas fáciles y 5 preguntas difíciles. Para un examen rápido, el profesor seleccionará al azar 2 preguntas. ¿Cuál es la probabilidad de que **ambas** preguntas seleccionadas sean difíciles? (*Pista: Usa la fórmula de combinaciones para hallar el total de parejas posibles, y luego el total de parejas difíciles*).

## 10. Desafío Final: Torneo Intercolegial

Llegamos al desafío final. Demuestra todo lo que has aprendido sobre técnicas de conteo y probabilidades analizando el siguiente caso deportivo.

- 10.** Un torneo intercolegial de fútbol en Quito tiene 8 equipos clasificados a los cuartos de final.
- Si se entregan medallas distintas al 1°, 2° y 3° lugar, ¿de cuántas formas diferentes puede quedar el podio?
  - Si tu colegio es uno de esos 8 equipos, y asumimos que todos tienen la misma probabilidad de ganar cada partido, ¿cuál es la probabilidad de que tu colegio quede en 1° lugar?



## Answer Key

### 1. El Principio Fundamental del Conteo

**Answer:**

$3 \times 4 \times 2 = 24$  combinaciones diferentes de almuerzos.

### 2. Permutaciones (¡El orden importa!)

**Answer:**

$n = 12, r = 3.$

${}_{12}P_3 = 12! \div (12-3)! = 12! \div 9! = 12 \times 11 \times 10 = 1320$  formas distintas.

### 3. Combinaciones (El orden NO importa)

**Answer:**

$n = 10, r = 4.$

${}_{10}C_4 = 10! \div [4! \times (10-4)!] = 10! \div (4! \times 6!) = (10 \times 9 \times 8 \times 7) \div (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 5040 \div 24 = 210$  equipos distintos.

### 4. Probabilidad Básica (Regla de Laplace)

a)  $P(\text{fresa}) = 5/15 = 1/3$

b)  $P(\text{mora}) = 7/15$

c)  $P(\text{mora o limón}) = (7+3)/15 = 10/15 = 2/3$

### 5. Reto Integrador

**Answer:**

Letras:  $26 \times 26 \times 26 = 17,576$

Números:  $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10,000$

Total =  $17,576 \times 10,000 = 175,760,000$  placas distintas.

### 6. Diagramas de Árbol y Espacio Muestral

**Answer:**

Espacio muestral: {Niño-Niño, Niño-Niña, Niña-Niño, Niña-Niña}. Son 4 resultados posibles.

### 7. Eventos Mutuamente Excluyentes

**Answer:**

Menor que 10 (del 1 al 9) = 9 boletos. Mayor que 90 (del 91 al 100) = 10 boletos.

$P(\text{Menor a } 10) = 9/100.$   $P(\text{Mayor a } 90) = 10/100.$

$P(\text{Menor a } 10 \text{ o Mayor a } 90) = 9/100 + 10/100 = 19/100$  (19%).

### 8. Eventos Independientes

**Answer:**

$P(\text{Cara}) = 1/2.$   $P(\text{Rojo}) = 1/4.$

$P(\text{Cara y Rojo}) = (1/2) \times (1/4) = 1/8.$

## 9. Probabilidad usando Combinaciones

**Answer:**

Casos totales (elegir 2 de 10):  $10C2 = (10 \times 9) / (2 \times 1) = 45$  parejas posibles.

Casos favorables (elegir 2 de 5 difíciles):  $5C2 = (5 \times 4) / (2 \times 1) = 10$  parejas difíciles.

Probabilidad =  $10 / 45 = 2 / 9$ .

## 10. Desafío Final: Torneo Intercolegial

**Answer:**

a) Permutación (el orden importa):  $8P3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$  formas de podio.

b) Probabilidad de ser campeón =  $1/8$  (casos favorables: 1 colegio / casos totales: 8 colegios).