Name:______________________________ Date:____________________

Sistemas de Ecuaciones Lineales

Sección I: Método de Sustitución

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas se puede resolver por varios métodos. El **método de sustitución** consiste en despejar una incógnita en una de las ecuaciones y sustituirla en la otra.

1. Resuelve el siguiente sistema utilizando el método de sustitución:

$x + y = 10$
$2x - y = 5$

Sección II: Método de Reducción

El **método de reducción** (o suma y resta) consiste en multiplicar las ecuaciones por números adecuados de modo que al sumarlas se elimine una de las incógnitas.

2. Resuelve el siguiente sistema utilizando el método de reducción:

$3x + 2y = 12$
$5x - 2y = 4$

Sección III: Método de Igualación

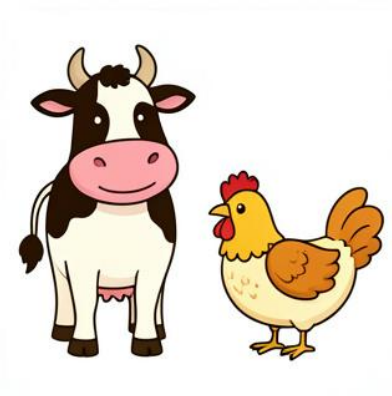
El **método de igualación** consiste en despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones e igualar las expresiones obtenidas.

3. Resuelve el siguiente sistema utilizando el método de igualación:

$y = 2x + 1$
$y = -x + 4$

Sección IV: Problemas de Aplicación

4. En una granja hay vacas y gallinas. Si se cuentan las cabezas, hay en total 20 animales. Si se cuentan las patas, hay un total de 64 patas.



Plantea un sistema de ecuaciones y determina cuántas vacas y cuántas gallinas hay en la granja.

Sección V: Método Gráfico

> En el **método gráfico**, se despeja 'y' en ambas ecuaciones, se elabora una tabla de valores y se grafican ambas rectas en el plano cartesiano. El punto donde se cruzan es la solución del sistema.

5. Encuentra la solución graficando el siguiente sistema:

$y = 2x - 1$
$y = -x + 5$

Sección VI: Método por Determinantes (Cramer)

El **método por determinantes** o Regla de Cramer utiliza matrices numéricas formadas por los coeficientes de las variables.
$\Delta S = (a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1)$, $\Delta x = (c_1 \cdot b_2 - c_2 \cdot b_1)$, $\Delta y = (a_1 \cdot c_2 - a_2 \cdot c_1)$.
$x = \Delta x / \Delta S$; $y = \Delta y / \Delta S$.

6. Resuelve mediante la Regla de Cramer:

$2x + 3y = 8$
$3x - y = 1$

Sección VII: Sistemas con Paréntesis

7. Antes de aplicar cualquier método, simplifica las ecuaciones multiplicando para destruir los paréntesis y ordenando los términos:

$2(x + 1) - 3y = 5$
$x - 2(y - 1) = 4$

Sección VIII: Sistemas con Fracciones

8. Elimina los denominadores hallando el mínimo común múltiplo (MCM) de cada ecuación y resuelve el sistema:

$x/2 + y/3 = 4$
$x - y/2 = 1$

Sección IX: Sistemas Incompatibles (Sin Solución)

Un sistema es **Incompatible** cuando no tiene solución. Gráficamente, son dos rectas paralelas que nunca se cruzan. Algebraicamente, llegas a un absurdo matemático (como $0 = 5$).

9. Intenta resolver el siguiente sistema por cualquier método y explica por qué no tiene solución:

$x + 2y = 4$
$2x + 4y = 12$

Sección X: Sistemas con Infinitas Soluciones

Un sistema es **Compatible Indeterminado** cuando tiene infinitas soluciones. Gráficamente, es la misma recta superpuesta. Algebraicamente, se llega a una identidad del tipo 0 = 0.

10. Demuestra que el siguiente sistema tiene infinitas soluciones:

$3x - y = 5$
$6x - 2y = 10$

Sección XI: Problema de Aplicación (Edades)

11. La edad de Juan es el doble de la edad de María. Hace 5 años, la suma de sus edades era 26 años. ¿Qué edades tienen actualmente?

Sección XII: Problema de Aplicación (Dinero)

12. En una alcancía hay 30 billetes, algunos son de \$5 y otros de \$10. Si en total hay \$220, ¿cuántos billetes hay de cada denominación?

Sección XIII: Problema de Aplicación (Geometría)

13. El perímetro de una cancha de voleibol rectangular es de 54 metros. El largo de la cancha mide 9 metros más que su ancho. ¿Cuáles son las dimensiones de la cancha?

Sección XIV: Problema de Aplicación (Compras)

14. En una papelería, Ana compró 3 cuadernos y 2 esferos por $12. Carlos compró 1 cuaderno y 4 esferos por $9. ¿Cuál es el precio de un cuaderno y cuál es el de un esfero?

Answer Key

Sección I: Método de Sustitución

Answer:
Despejamos x en la 1ra: $x = 10 - y$.
Sustituimos en la 2da: $2(10 - y) - y = 5 \Rightarrow 20 - 2y - y = 5 \Rightarrow 20 - 3y = 5 \Rightarrow -3y = -15 \Rightarrow y = 5$.
Si $y = 5$, entonces $x = 10 - 5 = 5$.
Solución: $x = 5$, $y = 5$.

Sección II: Método de Reducción

Answer:
Al sumar directamente ambas ecuaciones, la 'y' se elimina:
$(3x + 5x) + (2y - 2y) = 12 + 4$
$8x = 16 \Rightarrow x = 2$.
Sustituimos x=2 en la 1ra: $3(2) + 2y = 12 \Rightarrow 6 + 2y = 12 \Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = 3$.
Solución: $x = 2$, $y = 3$.

Sección III: Método de Igualación

Answer:
Igualamos las 'y': $2x + 1 = -x + 4$.
$3x = 3 \Rightarrow x = 1$.
Sustituimos x=1 en la 1ra: $y = 2(1) + 1 \Rightarrow y = 3$.
Solución: $x = 1$, $y = 3$.

Sección IV: Problemas de Aplicación

Answer:
v = vacas, g = gallinas.
Cabezas: $v + g = 20$
Patas: $4v + 2g = 64$
Despejamos g: $g = 20 - v$.
Sustituimos: $4v + 2(20 - v) = 64 \Rightarrow 4v + 40 - 2v = 64 \Rightarrow 2v = 24 \Rightarrow v = 12$ vacas.
$g = 20 - 12 = 8$ gallinas.

Sección V: Método Gráfico

Answer:
Tabulando: Recta 1 pasa por (0,-1), (2,3). Recta 2 pasa por (0,5), (2,3).
El punto de intersección es (2, 3). Solución: $x = 2$, $y = 3$.

Sección VI: Método por Determinantes (Cramer)

Answer:
$\Delta S = (2)(-1) - (3)(3) = -2 - 9 = -11$.
$\Delta x = (8)(-1) - (1)(3) = -8 - 3 = -11$.
$\Delta y = (2)(1) - (3)(8) = 2 - 24 = -22$.
$x = -11/-11 = 1$; $y = -22/-11 = 2$.
Solución: $x = 1$, $y = 2$.

Sección VII: Sistemas con Paréntesis

Answer:
Ec1: $2x + 2 - 3y = 5 \Rightarrow 2x - 3y = 3$
Ec2: $x - 2y + 2 = 4 \Rightarrow x - 2y = 2$ (multiplico por -2 para reducción) $\Rightarrow -2x + 4y = -4$
Sumo Ec1 y Ec2: $(-2x+2x) + (4y-3y) = -4+3 \Rightarrow y = -1$.
Sustituyo en $x - 2y = 2$: $x - 2(-1) = 2 \Rightarrow x + 2 = 2 \Rightarrow x = 0$.
Solución: $x = 0$, $y = -1$.

Sección VIII: Sistemas con Fracciones

Answer:
Ec1: multiplico por 6 $\Rightarrow 3x + 2y = 24$
Ec2: multiplico por 2 $\Rightarrow 2x - y = 2$
Despejo y en Ec2: $y = 2x - 2$.
Sustituyo en Ec1: $3x + 2(2x - 2) = 24 \Rightarrow 3x + 4x - 4 = 24 \Rightarrow 7x = 28 \Rightarrow x = 4$.
$y = 2(4) - 2 = 6$.
Solución: $x = 4$, $y = 6$.

Sección IX: Sistemas Incompatibles (Sin Solución)

Answer:
Multiplicamos la 1ra por -2: $-2x - 4y = -8$. Sumamos a la 2da: $(-2x+2x) + (-4y+4y) = -8+12 \Rightarrow 0 = 4$. Esto es falso. Por tanto, es un sistema incompatible (rectas paralelas).

Sección X: Sistemas con Infinitas Soluciones

Answer:
Multiplicamos la 1ra por -2: $-6x + 2y = -10$. Al sumar a la 2da: $(-6x+6x) + (2y-2y) = -10+10 \Rightarrow 0 = 0$. Es un sistema compatible indeterminado (es la misma recta).

Sección XI: Problema de Aplicación (Edades)

Answer:
$j = 2m$
$(j - 5) + (m - 5) = 26 \Rightarrow j + m - 10 = 26 \Rightarrow j + m = 36$.
Sustituimos: $2m + m = 36 \Rightarrow 3m = 36 \Rightarrow m = 12$.
$j = 2(12) = 24$.
Juan tiene 24 años y María 12 años.

Sección XII: Problema de Aplicación (Dinero)

Answer:
x = billetes de 5, y = billetes de 10.
$x + y = 30 \Rightarrow x = 30 - y$
$5x + 10y = 220$
$5(30 - y) + 10y = 220 \Rightarrow 150 - 5y + 10y = 220 \Rightarrow 5y = 70 \Rightarrow y = 14$.
$x = 30 - 14 = 16$.
Hay 16 billetes de \$5 y 14 billetes de \$10.

Sección XIII: Problema de Aplicación (Geometría)

Answer:
Perímetro: $2L + 2A = 54$
$L = A + 9$
Sustituimos: $2(A + 9) + 2A = 54 \Rightarrow 2A + 18 + 2A = 54 \Rightarrow 4A = 36 \Rightarrow A = 9$.
$L = 9 + 9 = 18$.
El ancho es 9 m y el largo es 18 m.

Sección XIV: Problema de Aplicación (Compras)

Answer:
c = precio cuaderno, e = precio esfero.
$3c + 2e = 12$
$1c + 4e = 9 \Rightarrow c = 9 - 4e$
$3(9 - 4e) + 2e = 12 \Rightarrow 27 - 12e + 2e = 12 \Rightarrow -10e = -15 \Rightarrow e = 1.50$.
$c = 9 - 4(1.50) = 9 - 6 = 3$.
El cuaderno cuesta $3.00 y el esfero $1.50.