

Ecuaciones Cuadráticas y Funciones:

Sección 1: Conceptos Básicos

Seleccione la respuesta correcta para cada una de las siguientes preguntas.

1. ¿Cuál es la forma estándar (general) de una ecuación cuadrática?

a) $y = mx + b$

b) $ax^2 + bx + c = 0$

c) $ax^3 + bx^2 + cx = 0$

d) $a(x - h)^2 + k = 0$

2. ¿Cuál es la fórmula matemática del discriminante?

a) $b^2 - 4ac$

b) $-b \pm \sqrt{ac}$

c) $2a / b$

d) $a^2 + b^2$

3. Si el discriminante de una ecuación cuadrática es negativo (menor a cero), ¿cuántas soluciones reales tiene la ecuación?

a) Dos soluciones reales

b) Una solución real

c) Ninguna solución real

d) Infinitas soluciones

4. ¿Cómo se llama la curva que representa gráficamente a una función cuadrática?

a) Hipérbola

b) Recta

c) Elipse

d) Parábola

5. En la función $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$, ¿cuál es el punto de intersección con el eje y?

a) (0, 2)

b) (0, -3)

c) (0, 5)

d) (5, 0)

Sección 2: Resolución de Ecuaciones

Resuelva las siguientes ecuaciones cuadráticas utilizando el método indicado. Recuerde mostrar su procedimiento.

6. Resuelva por **factorización**: $x^2 + 5x + 6 = 0$

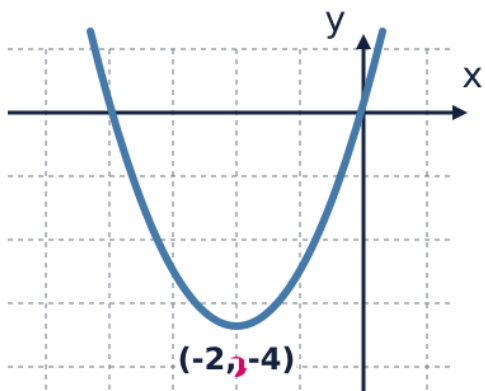
7. Resuelva por **factorización**: $x^2 - 8x + 15 = 0$

8. Resuelva despejando directamente: $2x^2 - 18 = 0$

9. Resuelva utilizando la **Fórmula General**: $x^2 - 4x - 5 = 0$
(Fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$)

10. Resuelva utilizando la **Fórmula General**: $3x^2 + 2x - 1 = 0$

Sección 3: Análisis Gráfico de Funciones Cuadráticas



Observe la gráfica de la parábola a la izquierda y responda de la pregunta 11 a la 15 basándose en sus características visuales.

11. ¿Cuáles son las coordenadas del vértice?

12. ¿Cuál es la ecuación del eje de simetría?

13. Identifique las raíces (o ceros) de la función.

14. ¿El vértice representa un valor máximo o un valor mínimo? Justifique su respuesta.

.....

.....

.....

.....

15. ¿Qué valor tiene el coeficiente 'a' en la función $ax^2 + bx + c$ respecto a su signo (positivo o negativo)? ¿Por qué?

.....

.....

.....

.....

Sección 4: Problemas de Aplicación

Lea atentamente cada problema, plantee la ecuación o función necesaria y resuelva.

16. Un proyectil es lanzado hacia arriba desde el nivel del suelo. La altura h (en metros) del proyectil después de t segundos está dada por la función:

$$h(t) = -5t^2 + 20t$$

a) Calcule el tiempo que tarda el proyectil en alcanzar su altura máxima. (Sugerencia: Encuentre la coordenada x del vértice).

b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil?

c) ¿Cuánto tiempo tarda el proyectil en regresar y golpear el suelo? (Cuando $h(t) = 0$).

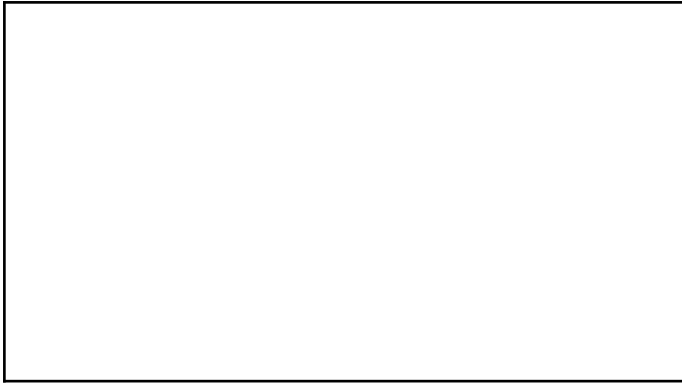
17. El área de un terreno rectangular es de 60 m^2 . Su largo mide 7 metros más que su ancho. Si definimos el ancho como x , escriba la ecuación cuadrática que modela esta situación y resuélvala para encontrar las dimensiones del terreno.

Sección 5: Ejercicios Prácticos

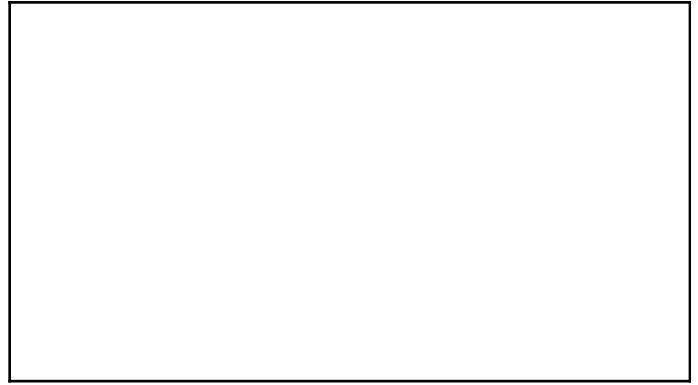
Resuelva las siguientes ecuaciones cuadráticas aplicando el método más adecuado (factorización, despeje directo o fórmula general).

18. $x^2 - 25 = 0$

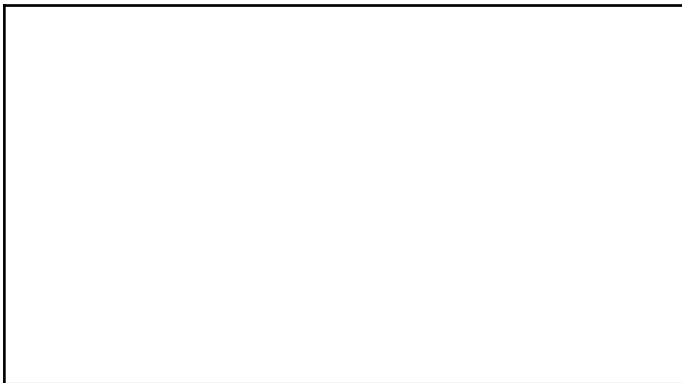
23. $x^2 - x - 20 = 0$



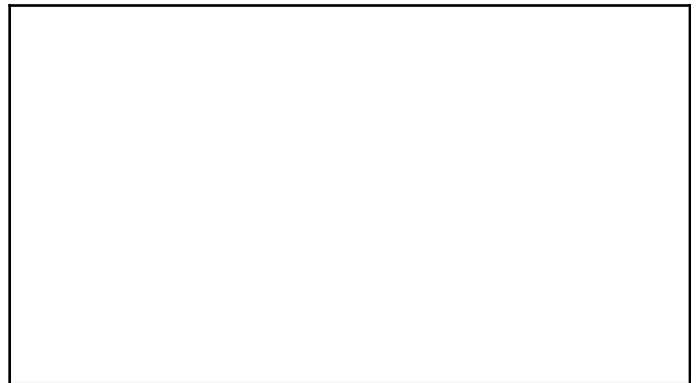
19. $x^2 - 6x + 8 = 0$



24. $4x^2 - 9 = 0$



20. $2x^2 - 5x - 3 = 0$



25. $x^2 + 7x + 10 = 0$



21. $x^2 + 10x + 25 = 0$



26. $2x^2 + 4x - 6 = 0$

22. $3x^2 - 12x = 0$

27. $-x^2 + 4x - 4 = 0$

Sección 6: Ejercicios Extras

Resuelva los siguientes ejercicios adicionales sobre ecuaciones y propiedades de las funciones cuadráticas.

28. Calcule el discriminante de: $x^2 + 3x + 2 = 0$

33. Resuelva factorizando: $x^2 - 2x - 15 = 0$

29. Determine la intersección con el eje y de:
 $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$

34. Calcule el discriminante de: $3x^2 - x + 2 = 0$

30. Encuentre la coordenada x del vértice de:
 $f(x) = x^2 - 2x$

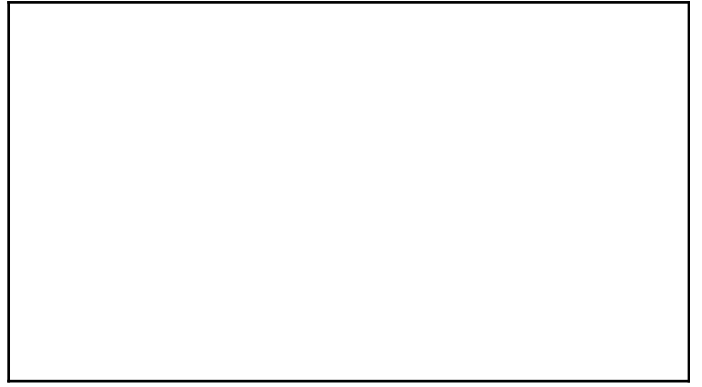
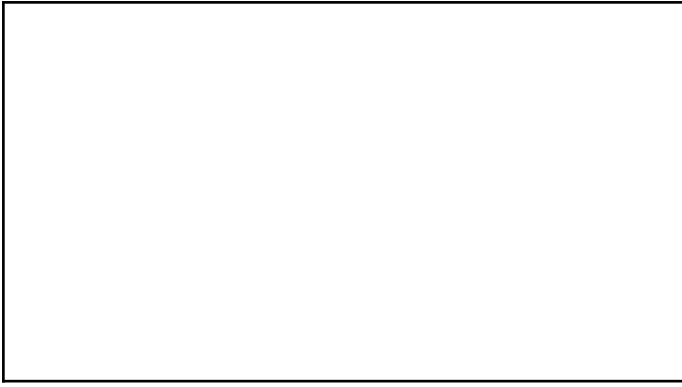
35. Determine el vértice de la función: $f(x) = -x^2 + 4$

31. Resuelva la ecuación: $x^2 = 36$

36. Resuelva la ecuación: $5x^2 - 45 = 0$

32. Resuelva factorizando: $x^2 + 8x = 0$

37. ¿La función $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$ tiene un máximo o mínimo?



Answer Key

Sección 1: Conceptos Básicos

b) $ax^2 + bx + c = 0$

a) $b^2 - 4ac$

c) Ninguna solución real

d) Parábola

c) (0, 5)

Sección 2: Resolución de Ecuaciones

Answer:

$$(x+2)(x+3) = 0. x = -2, x = -3$$

Answer:

$$(x-3)(x-5) = 0. x = 3, x = 5$$

Answer:

$$2x^2 = 18 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$$

Answer:

$$a=1, b=-4, c=-5. x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(-5)}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2}. x = 5, x = -1.$$

Answer:

$$a=3, b=2, c=-1. x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(3)(-1)}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{6} = \frac{-2 \pm 4}{6}. x = 1/3, x = -1.$$

Sección 3: Análisis Gráfico de Funciones Cuadráticas

Answer:

(-2, -4)

Answer:

$$x = -2$$

Answer:

$$x = 0 \text{ y } x = -4$$

Answer:

Representa un valor mínimo, porque la parábola se abre hacia arriba y el vértice es el punto más bajo de la curva.

Answer:

Es positivo ($a > 0$) porque la gráfica tiene concavidad hacia arriba.

Sección 4: Problemas de Aplicación

Answer:

$$t = -b / (2a) = -20 / (2 * -5) = -20 / -10 = 2 \text{ segundos.}$$

Answer:

$$h(2) = -5(2)^2 + 20(2) = -5(4) + 40 = -20 + 40 = 20 \text{ metros.}$$

Answer:

$$-5t^2 + 20t = 0. -5t(t - 4) = 0. t = 0 \text{ (inicio) y } t = 4 \text{ (regreso al suelo). Tarda 4 segundos.}$$

Answer:

$$\text{Ancho} = x, \text{ Largo} = x + 7. \text{Área} = x(x + 7) = 60. \text{Ecuación: } x^2 + 7x - 60 = 0. \text{Factorización: } (x + 12)(x - 5) = 0. x = 5 \text{ o } x = -12. \text{Como no hay medidas negativas, } x = 5. \text{El ancho es 5m y el largo es 12m.}$$

Sección 5: Ejercicios Prácticos

Answer:

$$x = 5, x = -5$$

Answer:

$$(x-4)(x-2)=0 \rightarrow x=4, x=2$$

Answer:

$$x = 3, x = -1/2$$

Answer:

$$(x+5)^2=0 \rightarrow x=-5$$

Answer:

$$3x(x-4)=0 \rightarrow x=0, x=4$$

Answer:

$$(x-5)(x+4)=0 \rightarrow x=5, x=-4$$

Answer:

$$x^2=9/4 \rightarrow x=3/2, x=-3/2$$

Answer:

$$(x+5)(x+2)=0 \rightarrow x=-5, x=-2$$

Answer:

$$2(x^2+2x-3)=0 \rightarrow 2(x+3)(x-1)=0 \rightarrow x=-3, x=1$$

Answer:

$$x^2-4x+4=0 \rightarrow (x-2)^2=0 \rightarrow x=2$$

Sección 6: Ejercicios Extras

Answer:

$$b^2-4ac = 3^2-4(1)(2) = 9-8 = 1$$

Answer:

$$(0, 1)$$

Answer:

$$x = -b/2a = 2/2(1) = 1$$

Answer:

$$x = 6, x = -6$$

Answer:

$$x(x+8)=0 \rightarrow x=0, x=-8$$

Answer:

$$(x-5)(x+3)=0 \rightarrow x=5, x=-3$$

Answer:

$$b^2-4ac = (-1)^2-4(3)(2) = 1-24 = -23$$

Answer:

$$\text{Vértice} = (0, 4)$$

Answer:

$$5(x^2-9)=0 \rightarrow x^2=9 \rightarrow x=3, x=-3$$

Answer:

Mínimo, porque $a=3$ (positivo, abre hacia arriba)