

# Estadística y Probabilidad:

## Sección 1: Conceptos Fundamentales

Seleccione la respuesta correcta para cada una de las siguientes preguntas teóricas.

1. ¿Cuál de las siguientes opciones describe mejor a una variable cuantitativa continua?

- a) Color de ojos      b) Número de hermanos      c) Estatura en metros      d) Marca de automóvil

2. En probabilidad, ¿qué valor representa un evento que es imposible que ocurra?

- a) 1      b) 0      c) -1      d) 0.5

3. ¿Qué medida estadística indica qué tan dispersos están los datos alrededor de la media?

- a) La moda      b) La mediana      c) La desviación estándar      d) El cuartil

4. Si dos eventos A y B no pueden ocurrir al mismo tiempo, se les conoce como:

- a) Eventos independientes      b) Eventos mutuamente excluyentes      c) Eventos complementarios      d) Eventos dependientes

5. En un diagrama de caja y bigotes (box plot), ¿qué representa la línea vertical dentro de la caja?

- a) La media      b) El rango      c) La mediana      d) El valor máximo

## Sección 2: Medidas de Tendencia Central y Dispersión

Las calificaciones de un estudiante en 6 exámenes de matemáticas sobre 20 puntos son las siguientes:

**12, 15, 18, 15, 14, 16**

Calcule las siguientes medidas. Muestre su procedimiento.

6. Calcule la **media aritmética** (promedio).

7. Determine la **mediana**.

8. Identifique la **moda**.

9. Calcule el **rango** de las calificaciones.

10. Sabiendo que la media es 15, calcule la **varianza poblacional** ( $\sigma^2$ ).

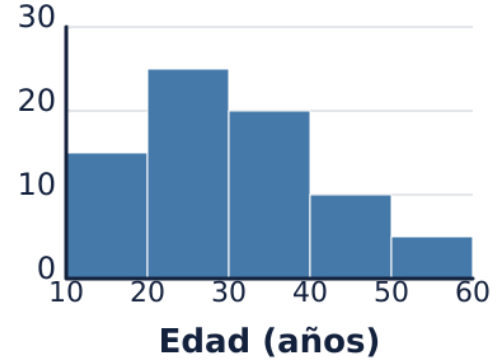
### Sección 3: Representación e Interpretación de Datos

El diagrama adjunto muestra la distribución de edades de los asistentes a una obra de teatro comunitaria.

Analice el diagrama y responda las siguientes preguntas.

**11.** ¿Cuál es la clase modal (el rango de edades más frecuente)?

**Frecuencia**



**12.** Estime la cantidad total de asistentes menores de 30 años.

**13.** Con base en la forma del histograma, ¿cómo describiría la asimetría (sesgo) de los datos? Justifique su respuesta.

.....

.....

.....

.....

.....

### Sección 4: Probabilidad Clásica y Eventos Compuestos

Una urna contiene **5 bolas rojas, 3 bolas azules y 2 bolas verdes**. Todas las bolas son idénticas excepto por su color. Se extrae una bola al azar. Expresé todas sus respuestas como fracciones simplificadas.

**14.** ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola azul?  $P(\text{Azul})$

**15.** ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola que NO sea verde?  $P(\text{No Verde})$

Ahora imagine que se extraen **dos bolas consecutivas**.

**16.** Si la primera bola se **devuelve** a la urna antes de sacar la segunda (con reemplazo), calcule la probabilidad de que ambas bolas sean rojas.  $P(\text{Roja y Roja})$

**17.** Si la primera bola **NO se devuelve** a la urna (sin reemplazo), calcule la probabilidad de extraer primero una bola azul y luego una verde.  $P(\text{Azul, luego Verde})$

**18.** En el contexto de las preguntas 16 y 17, explique brevemente la diferencia fundamental entre eventos dependientes e independientes.

.....

.....

.....

.....

.....

## Sección 5: Razonamiento y Análisis Crítico

Lea atentamente las siguientes situaciones y justifique sus respuestas utilizando lenguaje estadístico apropiado.

**19.** Una empresa reporta que el salario promedio (media) de sus empleados es de \$3,500 mensuales. Sin embargo, al revisar los datos, usted nota que la mediana salarial es de \$1,200 mensuales.

Explique matemáticamente por qué puede existir una diferencia tan grande entre la media y la mediana en este contexto.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**20.** Un compañero de clase lanza una moneda normal 10 veces y obtiene 'Cara' en todos los lanzamientos. Él afirma que, debido a la 'ley de los promedios', el siguiente lanzamiento tiene casi garantizado ser 'Sello'.

Evalúe críticamente la afirmación de su compañero utilizando conceptos de probabilidad.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## Sección 6: Medidas de Posición y Conceptos Estadísticos

Responda las siguientes preguntas de forma clara y concisa sobre medidas de posición, conceptos estadísticos y propiedades de los datos.

**21.** Calcule el **rango intercuartílico** de un conjunto de datos si el primer cuartil (Q1) es 12 y el tercer cuartil (Q3) es 28.

**22.** ¿Qué porcentaje exacto de los datos se encuentra por debajo del segundo cuartil (Q2) o mediana?









## Sección 7: Técnicas de Conteo y Probabilidad Avanzada

Resuelva los siguientes problemas utilizando conceptos de conteo y probabilidad. Muestre su procedimiento donde sea necesario para recibir el puntaje completo.

**31.** Si se lanzan dos dados normales de 6 caras al mismo tiempo, ¿cuántos resultados posibles existen en el espacio muestral total?

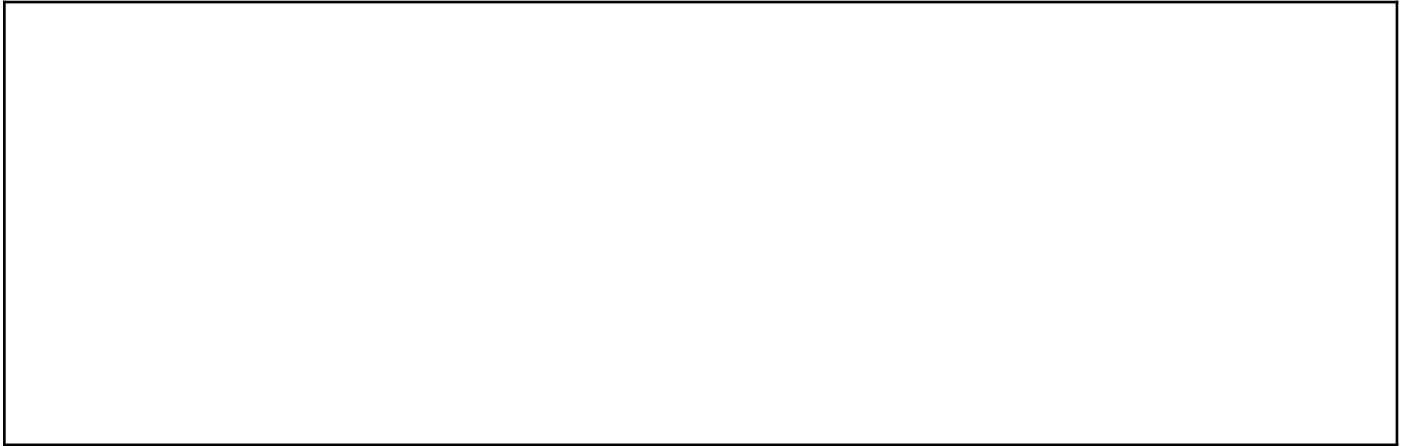
**32.** En el lanzamiento de dos dados del ejercicio anterior, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los números obtenidos sea exactamente 7?

**33.** Utilizando el principio multiplicativo: un restaurante ofrece 3 tipos de entradas, 4 platos principales y 2 opciones de postre. ¿Cuántos menús diferentes de 3 tiempos se pueden formar en total?

**34.** ¿De cuántas formas diferentes se pueden ordenar 5 libros distintos en un estante?  
(Permutación)

**35.** Si la probabilidad de un evento A es  $P(A) = 0.4$ , y de un evento B es  $P(B) = 0.5$ , y se sabe que A y B son eventos **mutuamente excluyentes**, calcule la probabilidad de que ocurra A o B:  $P(A \text{ o } B)$ .

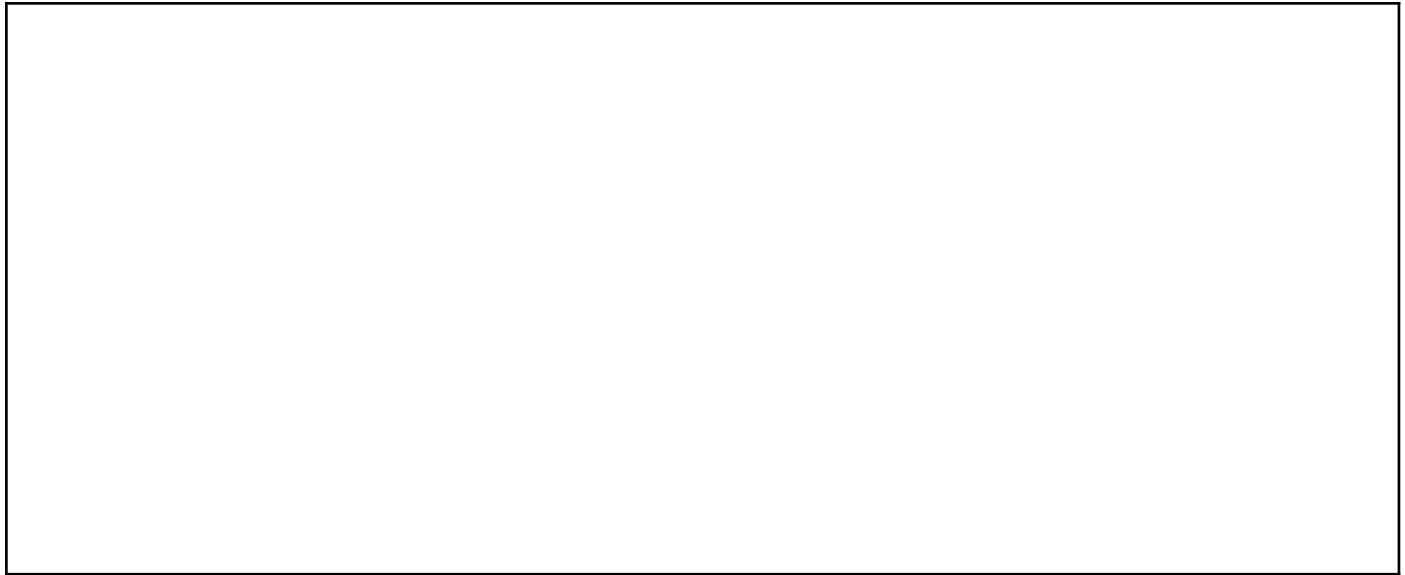
**36.** Si  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.6$  y se sabe que A y B son eventos **independientes**, calcule la probabilidad de que ocurran ambos simultáneamente:  $P(A \text{ y } B)$ .



**37.** En una clase de 30 estudiantes, 20 juegan fútbol, 15 juegan básquet y 5 juegan ambos deportes. Organice esta información mentalmente o use un diagrama, y determine cuántos estudiantes juegan **solo** fútbol.



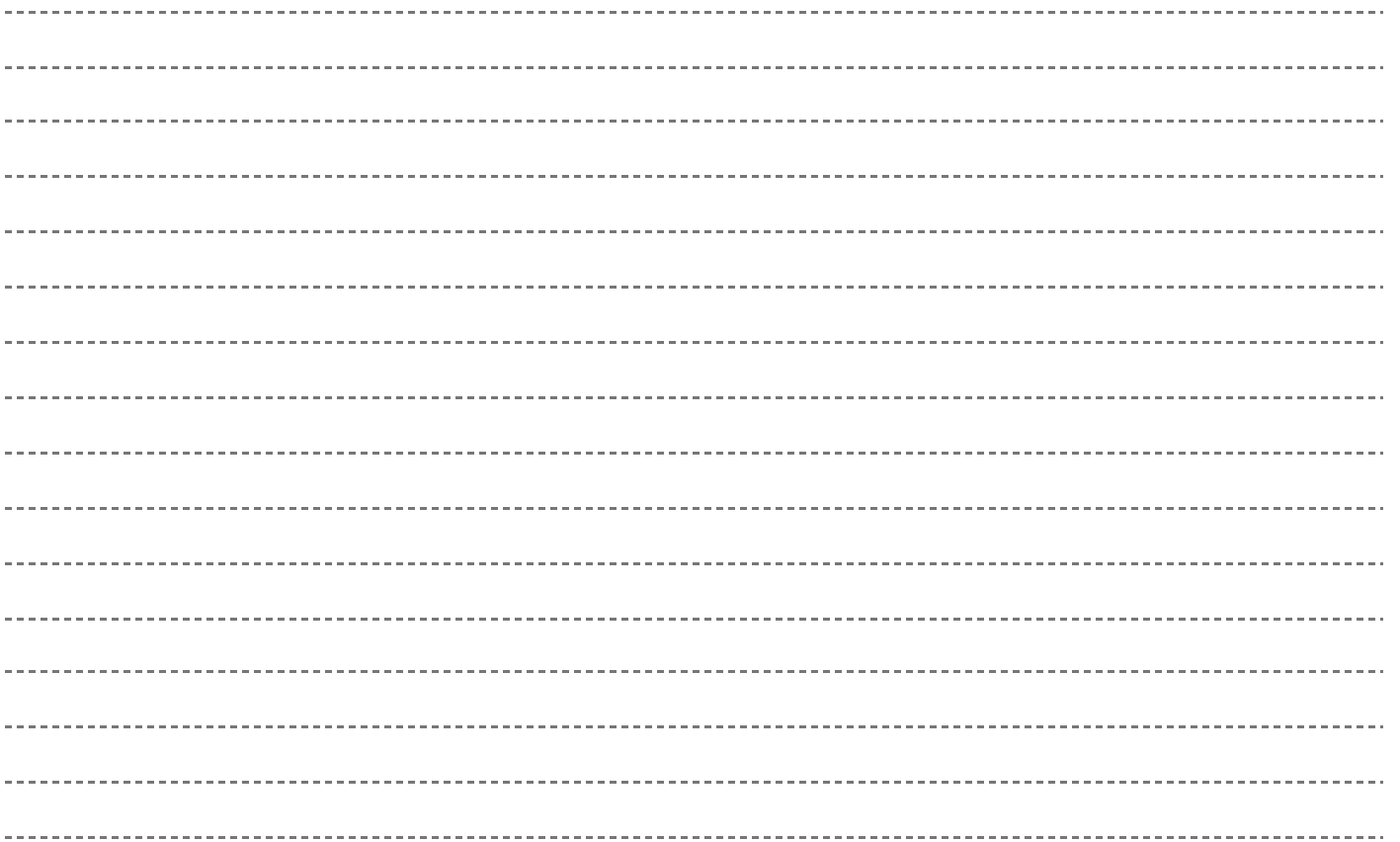
**38.** Del problema anterior, si se elige un estudiante al azar de la clase de 30, ¿cuál es la probabilidad de que juegue al menos uno de los dos deportes (fútbol o básquet)?



**39.** Modificando el problema 37, supongamos que ahora la clase tiene 35 estudiantes en total, pero los deportistas son los mismos. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante elegido al azar **no juegue** ninguno de los dos deportes?



**40.** En el cálculo de probabilidades, ¿cuál es la utilidad principal de elaborar un **diagrama de árbol**?



## Answer Key

### Sección 1: Conceptos Fundamentales

c) Estatura en metros

b) 0

c) La desviación estándar

b) Eventos mutuamente excluyentes

c) La mediana

### Sección 2: Medidas de Tendencia Central y Dispersión

**Answer:**

$$(12 + 15 + 18 + 15 + 14 + 16) / 6 = 90 / 6 = 15$$

**Answer:**

Ordenando: 12, 14, 15, 15, 16, 18. Mediana =  $(15 + 15) / 2 = 15$

**Answer:**

15

**Answer:**

Valor máximo - Valor mínimo =  $18 - 12 = 6$

**Answer:**

$$\begin{aligned} & [(12-15)^2 + (15-15)^2 + (18-15)^2 + (15-15)^2 + (14-15)^2 + (16-15)^2] / 6 \\ & = [9 + 0 + 9 + 0 + 1 + 1] / 6 \\ & = 20 / 6 = 3.33 \end{aligned}$$

### Sección 3: Representación e Interpretación de Datos

**Answer:**

20-30 años

**Answer:**

Asistentes de 10-20 (15) + Asistentes de 20-30 (25) = 40

**Answer:**

Tiene asimetría positiva (sesgo hacia la derecha), ya que hay una cola más larga hacia las edades mayores (40-60) y la mayor concentración de datos está en las edades más jóvenes.

### Sección 4: Probabilidad Clásica y Eventos Compuestos

**Answer:**

3/10

**Answer:**

$8/10 = 4/5$

**Answer:**

$$(5/10) \times (5/10) = 25/100 = 1/4$$

**Answer:**

$$(3/10) \times (2/9) = 6/90 = 1/15$$

**Answer:**

Los eventos independientes (pregunta 16, con reemplazo) son aquellos donde el resultado del primer evento no afecta la probabilidad del segundo. Los eventos dependientes (pregunta 17, sin reemplazo) son aquellos donde el resultado del primer evento cambia el espacio muestral y, por lo tanto, afecta la probabilidad del segundo evento.

## Sección 5: Razonamiento y Análisis Crítico

**Answer:**

La media es muy sensible a los valores atípicos extremos (outliers). Esta gran diferencia indica que la distribución de salarios tiene un sesgo positivo fuerte; la mayoría de los empleados gana cerca de \$1,200 (mediana), pero unos pocos ejecutivos o dueños tienen salarios extremadamente altos que tiran de la media aritmética hacia arriba.

**Answer:**

La afirmación es falsa (es un ejemplo de la falacia del apostador). Cada lanzamiento de una moneda es un evento independiente. Los resultados anteriores no tienen memoria ni afectan al siguiente. La probabilidad de obtener 'Sello' en el undécimo lanzamiento sigue siendo exactamente  $1/2$  o 50%, independientemente de la racha previa.

## Sección 6: Medidas de Posición y Conceptos Estadísticos

**Answer:**

$$\text{Rango intercuartílico} = Q3 - Q1 = 28 - 12 = 16$$

**Answer:**

El 50% de los datos.

**Answer:**

Significa que la calificación del estudiante es igual o superior al 90% de las calificaciones de sus compañeros de clase (está en el 10% superior).

**Answer:**

Representa el punto medio de cada intervalo o clase. Se calcula sumando el límite inferior y superior del intervalo y dividiendo para dos.

**Answer:**

$$(15 + 25) / 2 = 40 / 2 = 20$$

**Answer:**

Los tres valores son exactamente iguales (Media = Mediana = Moda) y se ubican en el centro de la distribución.

**Answer:**

La media aritmética aumentará exactamente en 2 puntos.

**Answer:**

La desviación estándar no cambia (se mantiene igual). Esto ocurre porque la dispersión de los datos con respecto a la nueva media sigue siendo la misma; toda la distribución solo se desplazó, pero no se "estiró" ni se "comprimió".

**Answer:**

La población es el conjunto total y completo de individuos o elementos que se desea estudiar. La muestra es un subconjunto representativo seleccionado de esa población, utilizado porque generalmente es imposible estudiar a toda la población por razones de tiempo o costo.

**Answer:**

Ejemplo: Nivel de satisfacción (Insatisfecho, Neutral, Satisfecho) o Nivel educativo (Primaria, Secundaria, Superior). Se llama cualitativa porque describe una cualidad o categoría (no numérica), y ordinal porque existe un orden o jerarquía lógica natural entre sus categorías.

## Sección 7: Técnicas de Conteo y Probabilidad Avanzada 🎲

**Answer:**

6 caras del primer dado  $\times$  6 caras del segundo dado = 36 resultados posibles.

**Answer:**

Casos favorables: (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1). Hay 6 casos. Probabilidad =  $6/36 = 1/6$ .

**Answer:**

3 entradas  $\times$  4 platos principales  $\times$  2 postres = 24 menús diferentes.

**Answer:**

$5!$  (cinco factorial) =  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$  formas diferentes.

**Answer:**

Como son mutuamente excluyentes,  $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) = 0.4 + 0.5 = 0.9$ .

**Answer:**

Como son independientes,  $P(A \text{ y } B) = P(A) \times P(B) = 0.3 \times 0.6 = 0.18$ .

**Answer:**

Total que juegan fútbol (20) menos los que juegan ambos (5) = 15 estudiantes juegan solo fútbol.

**Answer:**

Total que juegan al menos uno = Solo fútbol (15) + Solo básquet (10) + Ambos (5) = 30.  
Probabilidad =  $30/30 = 1$  (el 100% juega algún deporte). O usando la fórmula:  $P(F \text{ o } B) = 20 + 15 - 5 = 30$ .

**Answer:**

Estudiantes que juegan algún deporte = 30. Estudiantes que no juegan =  $35 - 30 = 5$ . Probabilidad =  $5/35 = 1/7$ .

**Answer:**

Un diagrama de árbol permite visualizar gráficamente todos los resultados posibles (el espacio muestral) de una serie de experimentos o eventos secuenciales. Ayuda a identificar fácilmente las diferentes combinaciones y calcular la probabilidad de eventos compuestos multiplicando las ramas.

