



POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN EN NÚMEROS RACIONALES

Descubriendo el poder de las
fracciones en el Conjunto \mathbb{Q}

¿QUÉ ES LA POTENCIACIÓN EN Q?

Elevando Fracciones

Potenciar una fracción $(a/b)^n$ significa multiplicar la base por sí misma el número de veces que indica el exponente.

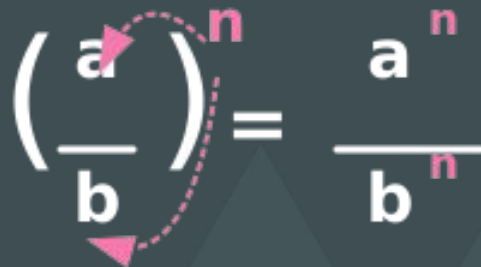
La Regla de Oro

El exponente afecta tanto al **numerador** como al **denominador**. Es como repartir un regalo equitativamente:

$$(a/b)^n = a^n / b^n$$

Por ejemplo: $(2/3)^3 = 2^3 / 3^3 = 8/27$.

¡Se reparte el exponente!


$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Propiedad Distributiva



PROPIEDADES ESENCIALES

1

Producto Base Igual

Al multiplicar potencias de igual base, conservamos la base y **sumamos** los exponentes.

2

Cociente Base Igual

Al dividir potencias de igual base, conservamos la base y **restamos** los exponentes.

¡PONTE A PRUEBA!

Respuestas en la siguiente diapositiva...

¿Cuál es el resultado de $(1/2)^2 \cdot (1/2)^3$?

1. $(1/2)^6$

2. $(1/2)^5$

3. $(1/4)^5$

4. $(1/2)^1$

¡PONTE A PRUEBA!



¿Cuál es el resultado de $(1/2)^2 \cdot (1/2)^3$?

1. $(1/2)^6$

2. $(1/2)^5$

3. $(1/4)^5$

4. $(1/2)^1$



EL MISTERIO DEL EXPONENTE NEGATIVO

¿Cómo lo resolvemos?

¡No entres en pánico! Un exponente negativo es simplemente una instrucción para **invertir** la fracción.

Pasos a seguir:

1. Intercambia el numerador por el denominador.
2. Cambia el signo del exponente a positivo.

Ejemplo: $(3/4)^{-2}$ se convierte en $(4/3)^2 = 16/9$.

VOCABULARIO CLAVE

1.

Base

a) Cantidad dentro del símbolo de la raíz.

2.

Exponente

b) Indica cuántas veces se multiplica la base.

3.

Índice

c) Número que se multiplica por sí mismo.

4.

Radicando

d) Indica el grado de la raíz (cuadrada, cúbica).

VOCABULARIO CLAVE



1.

Base

c) Número que se multiplica por sí mismo.

2.

Exponente

b) Indica cuántas veces se multiplica la base.

3.

Índice

d) Indica el grado de la raíz (cuadrada, cúbica).

4.

Radicando

a) Cantidad dentro del símbolo de la raíz.

RADICACIÓN: LA OPERACIÓN

INVERSA

Concepto

La radicación busca un número que, elevado a una potencia específica, nos dé el número original.

En Fracciones

Para calcular la raíz de una fracción, extraemos la raíz del **numerador** y del **denominador** por separado.

$$\sqrt{(81/100)} = \sqrt{81} / \sqrt{100} = 9/10$$

Propiedad Distributiva

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Ejemplo

$$\sqrt{\frac{81}{100}} \rightarrow \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} \rightarrow \frac{9}{10}$$

RAÍCES CUADRADAS VS. CÚBICAS

$$\sqrt[2]{\frac{25}{49}} \rightarrow \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}} \rightarrow \boxed{\frac{5}{7}}$$

Propiedad distributiva

raíz de una fracción

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} \rightarrow \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} \rightarrow \boxed{\frac{2}{3}}$$

Resultado

Observa cómo el índice cambia la cantidad de factores que buscamos.

VISUALIZANDO LA POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

The image shows a digital workspace with a grid background. On the left, there are two colored tabs (green and purple). The main area contains several mathematical problems and solutions:

Problem b) $\frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{40}{2744} = \frac{20}{1372} = \frac{10}{686}$
 $\frac{5}{343} //$

Problem c) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{5}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{256}$

Problem d) $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

Problem 5. Escribe cada expresión como una potencia de exponente negativo.

a) $\frac{1}{3^4} = 3^{-4}$

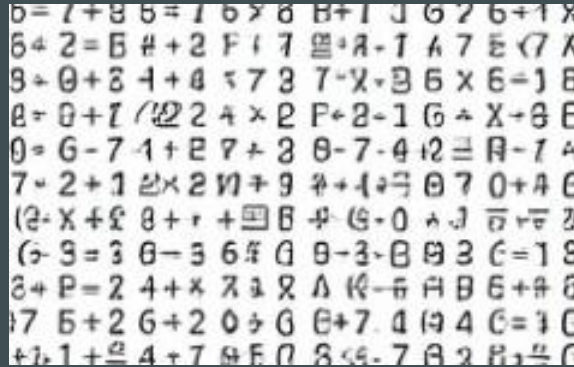
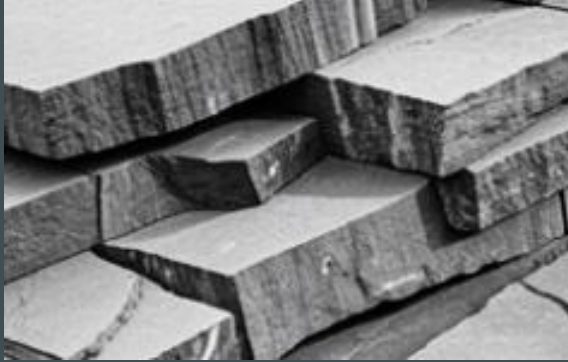
b) $\frac{1}{6^4} = 6^{-4}$

c) $\frac{1}{6^4} = 6^{-4}$

d) $\frac{1}{6^4} = 6^{-4}$

Other expressions shown in the workspace include $(8)^{-1}$, $(\sqrt{3})^{-1}$, $(\frac{1}{2})^{-4} \times (\frac{1}{16})^{-1} \times \frac{1}{256}$, $(\frac{1}{4})^{-16}$, $(\frac{1}{9})^{-3} \times (\frac{1}{27})^{-2} \times \frac{1}{729}$, $(\frac{1}{2})^{-6}$, $(\frac{1}{3})^{-4} \times (\frac{1}{9})^{-1} \times (\frac{1}{3})^{-4}$, and $(\frac{1}{3})^{-17}$.

JERARQUÍA DE OPERACIONES EN Q



Agrupación

Primero resolvemos lo que está dentro de paréntesis (), corchetes [] y llaves { }.

Potencias y Raíces

Calculamos todas las potencias y raíces de izquierda a derecha.

Mult. y Div.

Realizamos las multiplicaciones y divisiones antes de sumar o restar.

DESAFÍO DE LÓGICA

La raíz cuadrada de $-4/9$ es un número racional.



VERDADERO



FALSO

Ahora es el momento de explicar por qué...

DESAFÍO DE LÓGICA

La raíz cuadrada de $-4/9$ es un número racional.



¿Por qué es así?

- a) No existe un número racional que al cuadrado dé un resultado negativo.
- b) Las fracciones negativas se pueden resolver siempre que el numerador sea par.

Respuestas en la siguiente diapositiva...

DESAFÍO DE LÓGICA



La raíz cuadrada de $-4/9$ es un número racional.



¿Por qué es así?

- a) No existe un número racional que al cuadrado dé un resultado negativo. ✓
- b) Las fracciones negativas se pueden resolver siempre que el numerador sea par.

PRÁCTICA DE OPERACIONES COMBINADAS



Resuelve en tu cuaderno el siguiente ejercicio paso a paso:

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \sqrt{\frac{9}{16}}\right] \div \left(\frac{5}{4}\right)^0$$

Recuerda aplicar la jerarquía: primero la potencia y la raíz, luego la suma interna, y finalmente la división.

REPASO FINAL



Pregunta 1:

¿A qué es igual cualquier fracción (a/b) elevada al exponente 0?

Pregunta 2:

¿Qué hacemos con una fracción si su exponente es -3?

Pregunta 3:

¿Cómo se calcula la raíz cúbica de $1/8$?

Respuestas en la siguiente diapositiva...

REPASO FINAL



Respuesta 1:

Es igual a 1.

Respuesta 2:

Invertimos la fracción y elevamos al exponente 3 positivo.

Respuesta 3:

Extrayendo la raíz cúbica de 1 y de 8, resultando en $1/2$.

RESUMEN DE LA LECCIÓN



¡Lo lograste!

Hoy aprendimos que las potencias y raíces en \mathbb{Q} siguen reglas claras:

- Las potencias afectan a ambos términos de la fracción.
- Los exponentes negativos invierten la base.
- La radicación se distribuye para el numerador y denominador.
- Siempre respetamos la jerarquía de operaciones.