

ACTIVIDAD DE CONSOLIDACIÓN: PROYECTO "EL ARCO MAESTRO"

TEMA: INTEGRAL DEFINIDA Y TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO

1. EL DESAFÍO: CONSTRUCCIÓN DE UN PUENTE PARABÓLICO

Una firma de arquitectos necesita construir el soporte central de un puente peatonal. El diseño del arco sigue la función:

$$f(x) = -x^2 + 9$$

Donde $f(x)$ es la altura del arco y x es la distancia horizontal desde el centro (en metros). Tu misión es calcular el área exacta de concreto que ocupará la cara frontal del arco y construir un modelo a escala que lo valide.



2. MATERIALES POR GRUPO

- 50 a 100 palitos de helado o brochetas de madera.
- Plancha de cartón prensado o espuma-flex (base).
- Pistola de silicona o pegamento escolar.
- Hojas de papel milimetrado.
- Tijeras o estilete.

3. MANUAL DE CONSTRUCCIÓN Y CÁLCULO (40 MINUTOS)

FASE A: TRAZADO E INGENIERÍA (10 MIN)

Antes de pegar un solo palito, hay que encontrar los límites del puente:

1. **Encontrar los cimientos:** Igualen la función a cero ($-x^2 + 9 = 0$) para saber dónde toca el suelo el arco.
 - *Resultado:* El puente va desde $x = -3$ hasta $x = 3$. (Límites de integración: **a** y **b**).
2. **Dibujo Técnico:** En el papel milimetrado, grafiquen la parábola marcando los puntos clave: $(-3,0)$, $(0,9)$ y $(3,0)$. Unan los puntos con una curva suave.

FASE B: CÁLCULO DE PRECISIÓN (TEOREMA FUNDAMENTAL) (10 MIN)

Calculen el área exacta de concreto para la cara frontal usando el Teorema Fundamental del Cálculo:

1. **Planteamiento:** Escriban la integral definida de la función $(-x^2 + 9)$ con límites de -3 a 3 .
2. **Antiderivada:** Encuentren la función **F(x)**.
 - *Pista:* La antiderivada de $-x^2$ es $-x^3/3$ y la de 9 es $9x$.
3. **Evaluación:** Apliquen la resta **F(3) – F(-3)**.
 - **Resultado esperado:** El área total es de **36 unidades²**.

FASE C: CONSTRUCCIÓN DE LA MAQUETA "MÉTODO DE REBANADAS" (20 MIN)

Ahora, vamos a materializar esa integral:

1. **Creación de las Rebanadas:** Tomen los palitos de helado. Cada palito representará una "diferencial de área" (dx).
2. **Ajuste de Altura:** Corten los palitos de madera según la altura que dicta la función en diferentes puntos. Por ejemplo:
 - Un palito en el centro ($x=0$) debe medir **9 cm**.
 - Un palito en $x=1$ debe medir **8 cm** (porque $-1^2 + 9 = 8$).
 - Un palito en $x=2$ debe medir **5 cm** (porque $-2^2 + 9 = 5$).
3. **Ensamblaje:** Peguen los palitos verticalmente uno al lado del otro sobre la base de cartón, siguiendo la silueta de la parábola que dibujaron.
4. **Validación Física:** Al terminar, tendrán un arco sólido hecho de palitos. La suma de las áreas de todos esos palitos es, físicamente, la **Integral Definida**.