



**Nombre del proyecto: Aplicación de las derivadas mediante una maqueta funcional**



## **Resumen**

El presente proyecto propone la aplicación rigurosa del cálculo diferencial mediante la modelación matemática de una función no lineal y su representación a través de una maqueta funcional. Los estudiantes de tercero de Bachillerato General Unificado seleccionan una función matemática adecuada, desarrollan su análisis completo —incluyendo primera y segunda derivada— e interpretan geométrica y físicamente sus resultados. Posteriormente, construyen una maqueta física que reproduce la forma de la gráfica y permite el desplazamiento de una canica o carro, registrando datos experimentales para contrastarlos con el modelo teórico. La iniciativa integra razonamiento matemático, experimentación y análisis crítico, fortaleciendo la comprensión conceptual de la derivada como razón de cambio y como herramienta para describir el movimiento.

## **Antecedentes**

En el nivel de Bachillerato General Unificado, el estudio del cálculo diferencial suele abordarse desde una perspectiva predominantemente algebraica y procedimental. Los estudiantes aprenden reglas de derivación, aplican fórmulas y resuelven ejercicios estructurados; sin embargo, con frecuencia presentan dificultades al interpretar el significado geométrico y físico de la derivada. Se observa que pueden calcular correctamente una derivada, pero no siempre comprenden su implicación como tasa de variación instantánea o como pendiente de la recta tangente.

En el contexto institucional, se ha identificado la necesidad de fortalecer el aprendizaje significativo en matemáticas, particularmente en los contenidos relacionados con funciones y derivadas. Aunque los estudiantes manejan técnicas algorítmicas, existe una brecha entre la formalización simbólica y la comprensión conceptual profunda. Esta situación se traduce en limitaciones al momento de aplicar el conocimiento matemático en contextos reales o interdisciplinarios, especialmente en áreas como física o ingeniería.

La matemática, como disciplina formal, encuentra su sentido más pleno cuando se conecta con fenómenos observables. El movimiento, por ejemplo, constituye uno de los contextos más naturales para interpretar el cálculo diferencial. Si una función describe la posición de un objeto en función del tiempo, su primera derivada representa la velocidad instantánea y su segunda derivada, la aceleración. No obstante, estas relaciones suelen quedar restringidas a ejercicios abstractos en papel.

Frente a esta realidad, surge la necesidad de implementar una propuesta didáctica que integre modelación matemática, construcción física y análisis experimental. El proyecto “Modelación del movimiento mediante funciones no lineales y análisis con derivadas” responde a esta necesidad al plantear un desafío que obliga a los estudiantes a transitar por todas las dimensiones del aprendizaje matemático: simbólica, gráfica, geométrica y física.

Además, el enfoque responde a tendencias contemporáneas en educación STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics), donde se promueve la resolución de problemas auténticos, la integración disciplinar y el aprendizaje basado en proyectos. La construcción de una maqueta funcional de entre 0.8 m y 1 m de longitud no es un elemento accesorio, sino el núcleo experiencial que permite verificar empíricamente la coherencia del modelo matemático.

En síntesis, el proyecto nace de la necesidad institucional de fortalecer la comprensión profunda del cálculo diferencial, reducir la fragmentación entre teoría y práctica y fomentar competencias científicas tales como el análisis crítico, la interpretación de datos y la validación experimental de modelos matemáticos.

### **Objetivo general**

Aplicar el concepto de derivada para analizar rigurosamente el comportamiento de una función matemática no lineal y representarla mediante una maqueta funcional, estableciendo la relación entre su interpretación geométrica y su significado físico en el estudio del movimiento.

### **Objetivos específicos**

- Seleccionar una función matemática no lineal adecuada para su modelación física.
- Calcular e interpretar correctamente la primera y segunda derivada de la función escogida.
- Analizar el dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento, puntos críticos, concavidad y posibles puntos de inflexión.
- Diseñar y construir una maqueta física o simulación digital coherente con la gráfica obtenida.
- Registrar datos experimentales durante el recorrido de una canica o carro.

- Comparar los resultados experimentales con el modelo teórico y analizar posibles discrepancias.
- Elaborar un informe técnico estructurado y sustentar oralmente los resultados utilizando lenguaje matemático preciso.

## **Marco teórico**

### La función como modelo matemático

Una función matemática establece una relación entre dos variables, donde a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente. En el contexto del proyecto, la función puede interpretarse como una relación entre posición y tiempo, o entre altura y desplazamiento horizontal.

Las funciones no lineales —polinómicas de grado mayor o igual a dos, racionales, trigonométricas o trascendentales simples— presentan comportamientos dinámicos complejos que permiten analizar máximos, mínimos, cambios de concavidad y variaciones en la pendiente.

### **Concepto de derivada**

Desde el punto de vista formal, la derivada de una función  $f(x)$  en un punto  $x = a$  se define como el límite del cociente incremental cuando el incremento tiende a cero. Este límite representa la tasa de variación instantánea.

Geoméricamente, la derivada corresponde a la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto dado. Físicamente, cuando la función representa posición respecto al tiempo, la derivada expresa la velocidad instantánea.

### **Segunda derivada y concavidad**

La segunda derivada describe la variación de la primera derivada. En términos físicos, representa la aceleración. En términos geométricos, determina la concavidad de la función y permite identificar puntos de inflexión.

### **Relación entre modelo matemático y fenómeno físico**

Cuando se construye una maqueta cuya forma corresponde a la gráfica de una función, el desplazamiento de una canica sobre dicha estructura permite visualizar cómo la pendiente influye en la velocidad. En tramos donde la pendiente es mayor, el objeto tiende a aumentar su rapidez; en zonas donde la concavidad cambia, se evidencian variaciones en la aceleración.

Esta correspondencia entre abstracción matemática y fenómeno físico constituye el núcleo epistemológico del proyecto.

### **Metodología**

Fase 1: Selección y definición del modelo

Cada grupo selecciona una función no lineal. Se definen claramente:

Variable independiente

Variable dependiente

Unidades de medida

Intervalo de análisis

La elección debe justificar su viabilidad física y constructiva.

Fase 2: Desarrollo analítico

Se realiza el cálculo de la primera y segunda derivada mediante reglas de derivación correspondientes. Posteriormente se procede a:

Determinar el dominio

Encontrar puntos críticos

Analizar intervalos de crecimiento y decrecimiento

Estudiar la concavidad

Identificar puntos de inflexión

Se construye la gráfica correspondiente utilizando herramientas digitales o trazado manual riguroso.

Fase 3: Diseño y construcción de la maqueta

Con base en la gráfica obtenida, se diseña una estructura física de entre 0.8 m y 1 m de longitud. Se emplean materiales como cartón prensado, madera ligera, espuma rígida u otros elementos adecuados.

La maqueta debe permitir el desplazamiento continuo de una canica o carro sin interrupciones.

Fase 4: Experimentación

Se realizan al menos cinco mediciones durante el recorrido. Estas pueden corresponder a tiempos parciales en puntos específicos.

Los datos se organizan en tablas y se comparan con los valores teóricos esperados.

Fase 5: Análisis comparativo

Se evalúan diferencias entre modelo teórico y datos experimentales. Se consideran factores como:

Fricción

Errores de medición

Imperfecciones estructurales

Limitaciones del material

### **Cronograma de ejecución**

Semana 1: Selección de función y análisis matemático preliminar.

Semana 2: Desarrollo completo del estudio analítico y diseño estructural.

Semana 3: Construcción de maqueta y pruebas experimentales.

Semana 4: Redacción de informe, análisis comparativo y exposición oral.

### **Resultados esperados**

Se espera que cada grupo presente:

Desarrollo matemático completo y correcto.

Gráfica coherente con el análisis realizado.

Maqueta funcional operativa.

Registro experimental organizado.

Comparación crítica entre teoría y práctica.

El proyecto debe evidenciar comprensión de la relación entre pendiente y velocidad, así como entre concavidad y aceleración.

### **Discusión**

La discusión debe abordar críticamente la correspondencia entre modelo matemático y comportamiento físico observado. Es fundamental reconocer que el modelo teórico asume

condiciones ideales —ausencia de fricción, precisión geométrica perfecta— que no siempre se cumplen en la realidad.

El análisis de discrepancias permite desarrollar pensamiento científico, ya que obliga a identificar variables no consideradas inicialmente y evaluar la validez del modelo.

### **Efectividad e impacto pedagógico**

El proyecto fortalece:

Comprensión conceptual del cálculo diferencial.

Integración entre matemática y física.

Razonamiento analítico.

Trabajo colaborativo.

Comunicación científica oral y escrita.

Se observa mayor apropiación del concepto de derivada cuando el estudiante puede visualizar físicamente la pendiente y experimentar su efecto.

### **Vinculación con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)**

Este proyecto se alinea con los Objetivos de Desarrollo Sostenible establecidos por la Organización de las Naciones Unidas en la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible. En particular, contribuye al ODS 4: Educación de calidad, al promover aprendizaje activo, pensamiento crítico y competencias STEM. Asimismo, se relaciona con el ODS 9: Industria, innovación e infraestructura, al fomentar capacidades científicas y tecnológicas que sustentan el desarrollo sostenible.

### **Conclusiones y reflexión personal**

La modelación del movimiento mediante funciones no lineales permite trascender la enseñanza mecanicista del cálculo diferencial y convertirla en una experiencia significativa. La construcción

de la maqueta no solo materializa la gráfica, sino que transforma la derivada en un concepto observable. Este proyecto demuestra que la matemática adquiere profundidad cuando se conecta con la experimentación y el análisis crítico. La integración entre teoría y práctica fortalece la comprensión conceptual y desarrolla competencias científicas esenciales para la formación académica y profesional futura.

## **Referencias**

Stewart, J. (2016). *Cálculo de una variable: Trascendentes tempranas* (8.<sup>a</sup> ed.). Cengage Learning.

Thomas, G. B., Weir, M. D., & Hass, J. (2014). *Cálculo* (13.<sup>a</sup> ed.). Pearson.

## **Anexos**

### **Carpeta con información**

<https://drive.google.com/drive/folders/1s5a9EP30WIyTU7VO-HJKxZCMprIxapt?usp=sharing>

### **Ejemplos de trabajos hechos por estudiantes**

[https://drive.google.com/file/d/1KR6voN6l2mFV83X7il2RsS6Kr6cbhrlq/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1KR6voN6l2mFV83X7il2RsS6Kr6cbhrlq/view?usp=drive_link)

[https://drive.google.com/file/d/1LDwvpcCK7pE0cCUBFwcpKkyEx2IF-Jwk/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1LDwvpcCK7pE0cCUBFwcpKkyEx2IF-Jwk/view?usp=drive_link)

[https://drive.google.com/file/d/1iCXXvp38PcTCQKmhWYasAXU5E937x2gp/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1iCXXvp38PcTCQKmhWYasAXU5E937x2gp/view?usp=drive_link)