

## PROYECTO "EXPANSIÓN VOLUMÉTRICA"

**TEMA:** DERIVADAS Y SU DEFINICIÓN MEDIANTE LÍMITES

### 1. EL DESAFÍO: EL INGENIERO DE MATERIALES

Imagina que trabajas en una fábrica de globos meteorológicos de alta resistencia. Si el globo se expande demasiado rápido en un punto crítico, el látex se rompe. Tu misión es encontrar la **tasa de cambio instantánea** (derivada) del volumen respecto al radio.

No nos sirve un promedio de cuánto creció en un minuto; necesitamos saber qué pasa exactamente cuando el radio es de **10 cm**. Para eso, usarás el arma más poderosa del cálculo: el límite.



## 2. MATERIALES Y CONCEPTOS PREVIOS

- **El Modelo Matemático:** Consideraremos al globo como una esfera perfecta. La fórmula de su volumen es:

$$V(r) = (4/3) * \pi * r^3$$

- **Herramientas:** Cuaderno, lápiz y mucha paciencia para el desarrollo algebraico.

## 3. METODOLOGÍA: EL CAMINO DEL LÍMITE (40 MINUTOS)

### FASE 1: PLANTEAMIENTO DEL LÍMITE (5 MIN)

Para encontrar la derivada, debemos aplicar la definición formal. Escribe en tu cuaderno la estructura que vas a resolver:

- La derivada  $V'(r)$  es el límite cuando **h tiende a cero** de la función incrementada menos la función original, todo dividido para **h**.

### FASE 2: EL DESARROLLO ALGEBRAICO (20 MIN)

¡Aquí es donde demuestras tu nivel! Debes resolver el límite paso a paso:

1. **Sustitución:** Escribe la fórmula del volumen pero donde está la **r**, pon **(r + h)**.
2. **El Binomio al Cubo:** Desarrolla con cuidado el término **(r + h)<sup>3</sup>**. ¡No olvides que no es solo  $r^3 + h^3$ !
3. **Simplificación:** Resta la función original y observa cómo se eliminan los términos que no tienen **h**.
4. **Factor Común y Límite:** Factoriza la **h** para eliminar la indeterminación del denominador. Finalmente, haz que **h valga cero**.

**OJO:** Si hiciste todo bien, deberías llegar a una fórmula muy conocida en geometría para el área de la superficie. Si te queda una **h** volando por ahí, ¡revisa tu álgebra!

### FASE 3: EL CÁLCULO INSTANTÁNEO (10 MIN)

Ahora que ya tienes "tu propia fórmula" de la derivada (la tasa de expansión):

- **Misión:** Evalúa tu resultado final usando el valor del radio **r = 10 cm**.
- **Resultado:** Expresa el valor en unidades de volumen por cada unidad de radio ( $\text{cm}^3/\text{cm}$ ).

#### **FASE 4: CONCLUSIÓN Y ANÁLISIS (5 MIN)**

Responde en tu cuaderno:

1. ¿Qué representa físicamente ese número que calculaste respecto al inflado del globo?
2. ¿Por qué el método de límites es más preciso que simplemente medir el globo en dos momentos diferentes?