

PROYECTO "EL GEÓMETRA DEL LAGO"

TEMA: INTEGRALES MEDIANTE SUMAS DE RIEMANN Y FUNCIONES ESCALONADAS

1. EL DESAFÍO: MODELADO DE RESERVAS HÍDRICAS

El Ministerio de Ambiente necesita calcular el **Área (A)** y el **Volumen (V)** de un lago de orillas irregulares. Para esto, no usaremos fórmulas geométricas simples, sino que aproximaremos el área total mediante una **función escalonada** compuesta por rectángulos, aplicando la definición formal de la **Suma de Riemann**.



2. MATERIALES POR GRUPO

- Mapa del lago sobre cuadrícula de 1 cm x 1 cm.
- Planchas de cartón o fómix de 1 cm de grosor.
- Regla milimetrada, tijeras/estilete, pegamento y calculadora.

3. METODOLOGÍA Y CONSTRUCCIÓN (40 MINUTOS)

FASE A: DISEÑO DE LA FUNCIÓN ESCALONADA

Antes de cortar, hay que definir la matemática de la "escalera" sobre el mapa:

1. **Establecer el Eje Base:** Peguen el mapa sobre una base rígida. Tracen una línea recta horizontal que pase justo por debajo de la parte más baja del lago. Este será su **Eje X**.
2. **Definir el Δx (Ancho de los intervalos):** Midan el ancho total del lago y divídanlo exactamente en **$n = 10$ intervalos** iguales. Si el lago mide 20 cm de ancho, cada rectángulo tendrá un **$\Delta x = 2$ cm**. Marquen estos puntos en el Eje X.
3. **Determinar las Alturas $f(x_i)$:** En el centro de cada intervalo, midan verticalmente desde el Eje X hasta tocar la orilla del lago. Esa medida en centímetros es el valor de su función en ese punto (**$f(x_i)$**).
4. **Dibujar los Escalones:** Con esas alturas, dibujen los 10 rectángulos sobre el mapa. El conjunto de estos bloques forma la **Función Escalonada** que aproxima la curva del lago.

FASE B: CÁLCULO MEDIANTE SUMA DE RIEMANN

En su cuaderno, deben formalizar el cálculo antes de ensamblar. Completen la siguiente tabla:

Rectángulo (i)	Ancho (Δx)	Altura $f(x_i)$	Área ($f(x_i) * \Delta x$)
1	2 cm	... cm	... cm ²

Rectángulo (i)	Ancho (Δx)	Altura $f(x_i)$	Área $(f(x_i) * \Delta x)$
...	2 cm	... cm	... cm ²
TOTAL	---	SUMA (Σ)	Área Total

- **Misión:** Apliquen la fórmula de la Suma de Riemann:

$\text{Área} \approx \Sigma [f(x_i) * \Delta x]$ desde $i=1$ hasta n .

FASE C: ENSAMBLAJE DE LA MAQUETA Y VOLUMEN

Ahora, transformaremos esos cálculos en un objeto 3D:

1. **Corte de piezas:** Recorten los 10 rectángulos físicos en el cartón. Cada uno debe tener el ancho Δx y la altura $f(x_i)$ calculada. *Tip: Numeren los rectángulos para no perder el orden.*
2. **Construcción de la Superficie:** Peguen los rectángulos sobre la base siguiendo el orden del mapa. Esto representa su **Área de la Superficie**.
3. **Estratificación de Volumen:** Si el lago tiene una profundidad constante de **H = 5 cm**, corten otras 4 capas idénticas de sus 10 rectángulos y péguenlas una sobre otra (logrando un grosor total de 5 capas de 1 cm cada una).
4. **Cálculo de Volumen Final:** El Volumen total será la Integral aproximada del área por la profundidad:

$$V = (\text{Área Total Obtenida}) * H$$

4. ANÁLISIS CRÍTICO

- **El Error de Aproximación:** Observen los espacios vacíos entre el cartón y la línea curva del mapa. Esos huecos representan el error de la suma.
- **El Límite:** Discutan en grupo: ¿Qué pasaría con esos huecos si en lugar de 10 rectángulos ($n=10$) hubieran usado 100 rectángulos muy delgaditos? ¿Cómo se relaciona esto con el concepto de Integral Definida?